

## Boletín de Actividades (V) ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

1. Dos hermanos están subidos en lo alto de una noria que da vueltas. Irene piensa que su hermano menor está quieto pues no se mueve de su lado, mientras que el padre de ambos está preocupado porque la noria se mueve muy deprisa. ¿Está quieto o está en movimiento el hermano menor de Irene? Explicación.
2. Si alguien dice que la torre de la iglesia está en movimiento, ¿lo creerías?
3. Dos ciudades se encuentran separadas 30 km. Un coche parte, con movimiento uniforme hacia la ciudad B, desde un punto situado entre las dos ciudades, a 10 km de A. Cuando llega a la ciudad B gira y, sin detenerse, vuelve en sentido contrario, es decir en dirección a A, deteniéndose justo en el punto medio entre ambas ciudades. Se pide:
  - (a) Establece un punto de referencia y un criterio de signos e indica cuál es la posición inicial, la posición final y la distancia recorrida por el coche.
  - (b) Calcula la rapidez media suponiendo que tardó 20 minutos en realizar ese desplazamiento.
  - (c) Si luego continúa con la misma rapidez media, ¿qué tiempo tardará en llegar a la ciudad A?
4. Escribe las ecuaciones del movimiento en los siguientes casos:
  - (a) Un móvil parte de un punto situado a 20 m a la derecha del PR, alejándose del mismo y recorriendo 40 m en 5 s.
  - (b) Un móvil parte de un punto situado a 15 m a la derecha del PR y se acerca a él recorriendo 2 m en cada segundo.
  - (c) Un móvil parte de un punto situado a 20 m a la izquierda del PR y se dirige a él recorriendo 8 m cada 2 s.
  - (d) Un móvil parte de un punto situado a 30 m a la derecha del PR y se dirige hacia la izquierda recorriendo 3 m en cada segundo.
  - (e) Calcula en qué posición se encontrarán los móviles anteriores cuando hayan transcurrido 10 segundos de empezar a contar el tiempo en cada uno de los casos.
5. Las ecuaciones de los movimientos de dos móviles A y B son:  $e_A = 20 - 8t$  y  $e_B = -2 + 3t$  (unidades del SI).
  - (a) Representa sobre una trayectoria las posiciones iniciales de ambos móviles y el sentido que tienen sus movimientos.
  - (b) ¿Cuál es más rápido?
  - (c) ¿En qué instante coincidirán sus posiciones?
  - (d) ¿Cuál es la distancia recorrida por cada uno hasta ese instante?
6. Un coche hace un movimiento de manera que, escogido un PR y un criterio de signos, se puede representar mediante la ecuación:  $e = 40 - 4t$  (SI).
  - (a) Representa las gráficas  $e/t$  y  $v/t$  para los primeros 20 segundos del movimiento.
  - (b) ¿Será un movimiento uniforme? ¿Será un movimiento rectilíneo? Explicaciones.
7. Se midieron los valores de la posición en instantes sucesivos para un determinado móvil y se obtuvieron los siguientes datos:
 

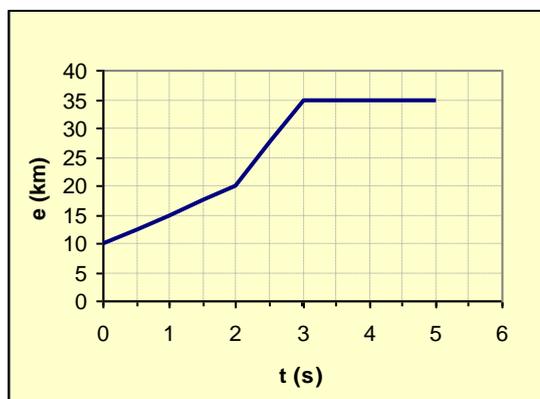
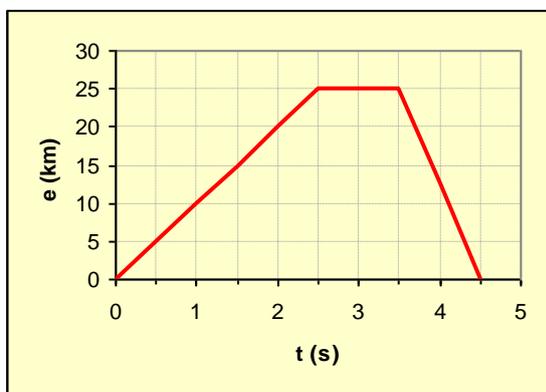
Posición, $e$ (m)	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	60	60	60
Tiempo, $t$ (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

  - (a) Dibuja la gráfica *posición-tiempo* para ese movimiento.
  - (b) Explica qué tipo de movimiento es.
  - (c) ¿Qué distancia ha recorrido?

8. Una persona está situada en el ecuador y otra en Madrid, ambas en el mismo meridiano. Puesto que ambas están sobre la Tierra y ésta gira alrededor de un eje que pasa por los polos, las dos estarán describiendo movimientos circulares de diferente radio.
  - (a) Representa en un dibujo la situación de ambas personas sobre la superficie de la Tierra.
  - (b) ¿Cuál tiene mayor rapidez?, ¿tiene uno mayor rapidez angular que el otro? Explicaciones.
  - (c) ¿Cuál es la rapidez angular de la persona que está situada en el ecuador en  $^\circ/s$  y en rpm.
  - (d) Calcula a partir de la rapidez angular su desplazamiento angular en 4 horas.



9. Un coche, que se está moviendo por una carretera rectilínea con una velocidad de 80 km/h, está dando alcance a una motocicleta que se mueve en el mismo sentido a 40 km/h. Los dos móviles están inicialmente separados una distancia de 60 km.
  - (a) Escribe las ecuaciones *posición-tiempo* de ambos móviles.
  - (b) Dibuja, en el mismo sistema de ejes, las dos gráficas *e-t*.
  - (c) ¿En qué posición y en qué instante el coche alcanzará a la motocicleta?
  
10. El tío Juan sale de su pueblo, a las 8 horas de la mañana, con una velocidad constante de 9 km/h. Dos horas después, y del mismo pueblo, su cuñado sale con una velocidad constante de 11 km/h con el propósito de alcanzarlo. ¿A qué hora y a qué distancia del pueblo lo logrará?
  
11. Dos ciclistas parten de dos pueblos separados 10 km. Circulan por la misma carretera, pero en sentidos opuestos. El primero va a 36 km/h. El segundo circula a 27 km/h, y sale un minuto después que el primer ciclista. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse ambos ciclistas y en qué punto de la carretera se cruzan.
  
12. Dos coches salen a su encuentro, uno de Bilbao y otro de Madrid. Sabiendo que la distancia entre ambas capitales es de 443 km. y que sus velocidades respectivas son 78 km/h y 62 km/h y que el coche de Bilbao salió hora y media más tarde. Se pide:
  - (a) El tiempo que tardan en encontrarse.
  - (b) ¿A qué distancia de Bilbao lo hacen?
  - (c) Dibuja la gráfica *posición-tiempo*
  
13. En un momento determinado dos coches se encuentran en la misma posición, pero moviéndose en sentidos contrarios en una recta de una autopista. Sus velocidades son 72 km/h y 90 km/h y se mantienen constantes. ¿Qué distancia les separan al cabo de dos minutos?
  
14. (a) Describe los movimientos cuyas gráficas *posición-tiempo* se muestran a continuación. La descripción debe ser cualitativa y cuantitativa.

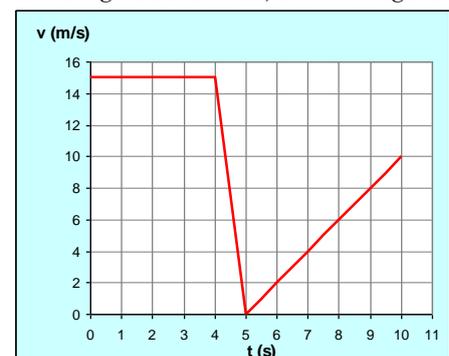


- (b) Elabora las gráficas *rapidez-tiempo* asociadas a dichos movimientos.

15. Un motorista marcha con una rapidez de 24 m/s cuando se encuentra a un coche al que quiere adelantar. «Abre el gas» y la moto comienza a aumentar su rapidez con una aceleración uniforme de 0.8 m/s<sup>2</sup>. Suponiendo que el adelantamiento dura 16 segundos:
  - (a) Calcula la rapidez que tiene a los 8 s de ir adelantando.
  - (b) Calcula la rapidez que tendrá al final del adelantamiento.
  
16. El motorista anterior mantiene una rapidez constante de 30 m/s durante 6 s. A continuación, pisa el freno de manera que disminuye su rapidez hasta 10 m/s en un tiempo de 10 s.
  - (a) Calcula la aceleración durante el período de los 6 segundos.
  - (b) Calcula la aceleración durante el período de los 10 segundos. Explica el significado de los valores obtenidos en cada caso.
  
17. Comenta los siguientes enunciados. Corrige aquellos que sean falsos:

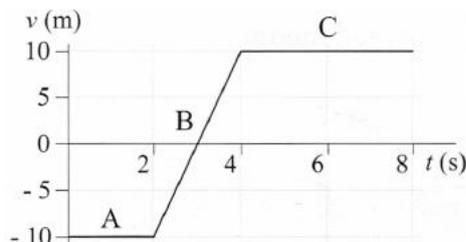


- (a) Si la aceleración es grande también lo será la rapidez.  
 (b) La aceleración nos indica cuánto ha variado la rapidez.  
 (c) Si la aceleración es grande también lo será la distancia recorrida.  
 (d) Si la aceleración es negativa la rapidez va disminuyendo.  
 (e) En todos los movimientos acelerados varía la rapidez, pero no varía la aceleración.
18. Escribe las ecuaciones  $e-t$  y  $v-t$  de los movimientos que se describen, si son uniformemente acelerados.  
 (a) Un móvil parte del reposo desde un punto situado a 20 m del punto de referencia medidos hacia la parte negativa. Se dirige hacia el punto de referencia aumentando su rapidez 2 m/s en cada segundo.  
 (b) Un móvil se encuentra en el instante inicial en el punto de referencia con una velocidad de 20 m/s y se dirige hacia la parte negativa, frenando de manera que se para en 5 s.  
 (c) Un móvil se encuentra en el lado positivo del punto de referencia y dista de él 50 m, siendo su velocidad de 10 m/s. Se está acercando inicialmente al punto de referencia. Al cabo de 1 s la velocidad es de 12 m/s.
19. Un móvil parte del reposo y alcanza la velocidad de 30 m/s a los 10 s de iniciar el movimiento. Calcula:  
 (a) Su posición a los 5 s de iniciado el movimiento.  
 (b) Su posición a los 10 s de iniciado el movimiento.  
 (c) La rapidez a los 5 s de iniciado el movimiento.  
 (d) La distancia recorrida entre el segundo 5 y el segundo 10.
20. El maquinista de un tren que marcha con una rapidez de 30 m/s, empieza a frenar cuando la parte delantera del tren se encuentra a 2 km de una estación, con una aceleración de  $0.4 \text{ m/s}^2$ . Sitúa el punto de referencia en la estación. El tren se mueve en el sentido positivo.  
 (a) ¿Se detendrá antes de la estación o pasará de largo?  
 (b) ¿Dónde se encontrará la parte delantera de la máquina cuando se haya parado?  
 (c) ¿Qué distancia habrá recorrido hasta que se pare?  
 (d) Calcula la posición, la rapidez y la distancia recorrida a los 20 s de empezar a frenar.
21. La bala de un rifle, cuyo cañón mide 1.4 m, sale con una velocidad de 1400 m/s. Se pide:  
 (a) ¿Qué aceleración experimenta la bala?  
 (b) ¿Cuánto tarda en salir del rifle?
22. Un móvil que se desplaza con rapidez constante, aplica los frenos durante 25 s, y recorre una distancia de 400 m hasta detenerse. Determinar:  
 (a) ¿Qué rapidez tenía el móvil antes de aplicar los frenos?  
 (b) ¿Qué desaceleración produjeron los frenos?
23. Un auto marcha a una rapidez de 90 km/h. El conductor aplica los frenos en el instante en que ve un bache y reduce la rapidez hasta ir a  $1/5$  de la inicial en los 4 s que tarda en llegar al bache. Determinar a qué distancia del bache el conductor aplicó los frenos, suponiendo que la aceleración fue constante.
24. Tenemos dos cuerpos cuyas masas son 2 y 5 kg respectivamente. Indica si los siguientes enunciados son correctos o incorrectos señalando en su caso el error cometido. Suponer que no hay rozamiento con el aire.  
 (a) Si lanzamos ambos cuerpos hacia arriba con la misma rapidez los dos llegarán a la misma altura.  
 (b) Si desde una altura de 20 m lanzamos el de 2 kg hacia abajo y el de 5 kg hacia arriba, ambos llegarán al suelo al mismo tiempo.  
 (c) Si dejamos caer los dos cuerpos desde una misma altura, los dos cuerpos llegarán al suelo al mismo tiempo.
25. La gráfica  $v-t$  de la figura se refiere al movimiento de un cuerpo desde que se puso en marcha el cronómetro hasta que fue parado, instante en el que marcaba 10 s. Halla el desplazamiento del cuerpo en esos 10 s.



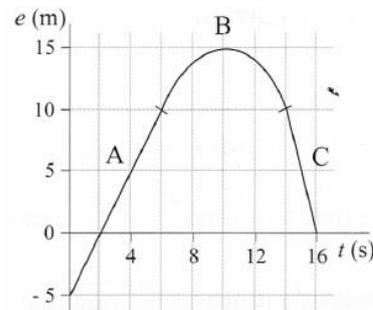


26. Responde a las siguientes cuestiones referidas a la gráfica de la figura:
- ¿Cuál ha sido el tipo de movimiento que ha tenido el móvil en cada tramo?
  - ¿En cuál de esos tramos ha sido mayor la velocidad?
  - ¿Cuál ha sido la distancia total recorrida?
  - ¿Cuál ha sido la velocidad media en todo el movimiento?



27. (a) Interpreta la gráfica de la figura de la izquierda indicando el tipo de movimiento que ha tenido en cada uno de los tramos.

- (b) Calcula la distancia recorrida por el móvil en cada uno de los tramos.

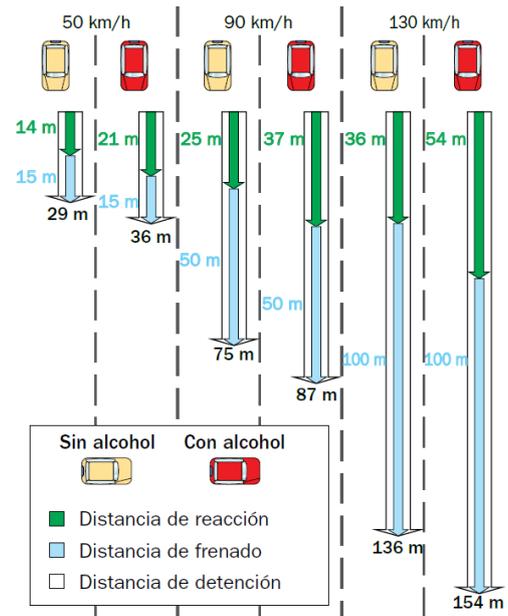


28. Una piedra de 2 kg cae libremente. Se pide:
- Suponiendo que su rapidez inicial es cero, calcula la rapidez 2.3 s después de comenzar a caer.
  - Suponiendo que en 3 s ha descendido 44 m, en 6 s habrá descendido: (i) 88 m; (ii) más de 88 m; (iii) menos de 88 m. Explicación.
  - Contesta a los apartados (a) y (b) suponiendo que la masa de la piedra es de 4 kg.
29. Desde una ventana situada a 10 m del suelo lanzamos hacia arriba una piedra con una rapidez de 15 m/s.
- Calcula el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.
  - ¿Cuál es la posición en el instante que ha alcanzado la altura máxima?
  - ¿A qué distancia del suelo se encuentra cuando ha alcanzado la altura máxima?
  - Dibuja las gráficas  $e-t$  y  $v-t$  desde el instante del lanzamiento hasta el instante en el que llega a la altura máxima.
30. Se deja caer una piedra desde la boca de un pozo. Llega al fondo con una rapidez de 14.7 m/s. Se pide:
- ¿Cuál es la profundidad del pozo?
  - ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en llegar al fondo del pozo?
31. Las ecuaciones del movimiento correspondiente a dos móviles que se desplazan por una misma trayectoria son:  $e_A = -6t + 14$ ;  $e_B = 4 - 5t + t^2$ .
- Determina las características de cada movimiento.
  - ¿Pasa algún móvil por el punto tomado como referencia? En caso afirmativo indica cuándo y qué rapidez posee cada uno en ese momento.
  - ¿se cruzarán en algún instante?
32. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia abajo con una rapidez inicial de 7 m/s. Se pide:
- ¿Cuál será su rapidez después de haber descendido 3 s?
  - ¿Qué distancia habrá descendido en esos 3 s?
  - ¿Cuál será su rapidez después de haber descendido 14 m?
  - Si el cuerpo se lanzó desde una altura de 200 m, ¿en cuánto tiempo alcanzará el suelo? ¿Con qué rapidez lo hará?
33. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 100 m/s.
- ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?
  - ¿En qué tiempo recorre el móvil esa distancia?
  - ¿Cuánto tarda en volver al punto de partida desde que se lo lanzo?
  - ¿Cuánto tarda en alcanzar alturas de 300 m y 600 m?
34. Un niño dispara una piedra con una honda, verticalmente hacia arriba, desde la planta baja de un edificio. Un amigo ubicado en el piso 7 (21 m), ve pasar la piedra con una rapidez de 3 m/s. Se pide:
- ¿A qué altura llega la piedra respecto de la planta baja?
  - ¿Cuánto tardará en llegar desde el 7º piso a la altura máxima?



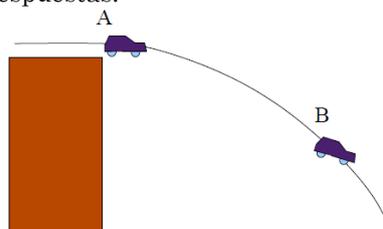
35. Desde lo alto de una torre de 10 m de altura se deja caer un objeto A. Desde la base de la torre se lanza hacia arriba un objeto B con rapidez inicial de 20 m/s. Se pide:
- Calcula a qué altura y en qué instante se cruzarán.
  - Calcula la rapidez de cada objeto en el momento del cruce.
36. Desde un globo, a una altura de 175 m sobre el suelo y ascendiendo con una rapidez constante de 8 m/s, se suelta un objeto. Se pide:
- La altura máxima alcanzada por éste (el objeto que se ha soltado).
  - La posición del objeto al cabo de 5 s.
  - La rapidez del objeto al cabo de 5 s.
  - El tiempo que tarda en llegar al suelo.
37. Demuestra que si se deja caer un cuerpo desde una altura conocida "h", llega al suelo con una rapidez  $v = \sqrt{2gh}$ .
38. Se deja caer una pelota desde la cornisa de un edificio y tarda 0.2 segundos en pasar delante de una ventana de 2.5 m de altura. ¿A qué distancia de la cornisa se encuentra el marco superior de la ventana?
39. La ecuación de un movimiento es  $e = -2t^2 + 8t + 2$  (SI). Calcula la posición y la distancia que lleva recorrida ese vehículo en el instante  $t = 1$  s y en el instante  $t = 3$  s. Analiza los resultados obtenidos.

40. La figura muestra el efecto del alcohol en la distancia de detención:
- ¿Qué tipo de movimiento describe el vehículo en los tramos azules? ¿Y en los verdes?
  - Calcula, para el caso de 90 km/h, cuánto tiempo más se tarda en reaccionar por los efectos del alcohol.
  - Para calcular los datos de la figura, ¿se ha considerado que ambos vehículos frenan con la misma aceleración?



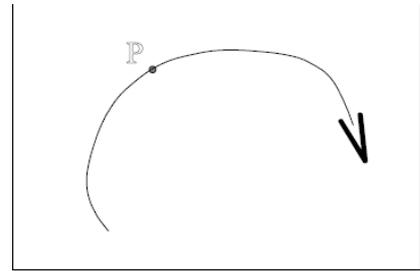
41. Un móvil que se desplaza con una rapidez constante aplica los frenos durante 25 s y recorre 400 m hasta detenerse.
- ¿Qué rapidez tenía el móvil antes de aplicar los frenos?
  - ¿Qué desaceleración produjeron los frenos?
42. Un automóvil que viaja a una rapidez constante de 120 km/h, tarda 10 s en detenerse. Se pide:
- ¿Qué distancia recorrió hasta detenerse?
  - ¿Con qué rapidez chocaría con otro vehículo ubicado a 30 m del lugar donde aplicó los frenos?

43. El dibujo representa a un coche que, a una cierta velocidad, sale a un precipicio. Dibuja el vector velocidad y el vector aceleración del movimiento del coche en el instante A y en el B. Justifica tus respuestas.





44. El dibujo representa un eje por el que se va moviendo un cuerpo en el sentido positivo. Se pide:
- Dibuja cómo debe ser el vector velocidad del cuerpo en el punto P.
  - Si el cuerpo se va frenando, dibuja cómo será el vector aceleración en el punto P.



45. Un móvil realiza un movimiento circular uniforme con una velocidad angular de  $3 \text{ rad/s}$ . Si el radio de la circunferencia es de  $60 \text{ cm}$ , ¿cuál es su velocidad lineal?
46. Una atracción de feria gira de modo que se desplaza un ángulo de  $4 \text{ rad}$  en  $0.15 \text{ min}$ . ¿Cuál es el valor de su velocidad angular?
47. Un cuerpo gira de manera que completa 2 vueltas en  $1 \text{ s}$ . Calcula su frecuencia y su periodo.
48. Un disco gira con una frecuencia de  $90 \text{ rpm}$ . Se pide: (a) su frecuencia, expresada en  $\text{Hz}$ ; (b) su periodo; (c) su velocidad angular.
49. Un disco de  $15 \text{ cm}$  de radio gira de manera que un punto situado en el borde realiza la mitad de una vuelta en  $1.5 \text{ s}$ . Se pide: (a) ¿cuánto vale su desplazamiento angular?; (b) ¿cuál es su velocidad angular?; (c) ¿y su velocidad lineal?
50. Un satélite gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de  $8\,000 \text{ km}$  de radio, dando  $2.5$  vueltas completas en un día. Se pide: (a) su desplazamiento angular en un día; (b) la distancia que recorre durante ese tiempo; (c) su velocidad angular; (d) su velocidad lineal.
51. La Tierra gira alrededor del Sol describiendo una trayectoria elíptica. Como la excentricidad de dicha elipse es muy pequeña, podemos considerar, de modo aproximado, que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es circular. En ese caso, la Tierra giraría en torno al Sol con MCU. Utilizando esta aproximación, calcula: (a) el periodo de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol, expresado en horas; (b) la frecuencia de dicho movimiento; (c) la velocidad angular; (d) si la velocidad lineal de la Tierra es de  $30 \text{ km/s}$ , calcula la distancia entre esta y el Sol, expresada en  $\text{km}$ .



1. El movimiento es siempre relativo y su descripción depende del sistema de referencia que se haya escogido. El hermano menor está en reposo con respecto a su hermana Irene que está a su lado, pero al mismo tiempo está en movimiento con respecto al padre de ambos, que se encuentra en el suelo viendo cómo están ambos subidos en la noria. Incluso podemos decir que el padre es el que está en movimiento con respecto a los niños, y todos en movimiento con respecto a un sistema de referencia exterior, como la Luna o el Sol.

2. Es posible, según sea el sistema de referencia elegido. Si se toma como referencia el Sol, la torre de la iglesia realiza un movimiento como el de la Tierra en su conjunto. Si tomamos como referencia a una persona que va andando, ¡la torre de la iglesia también se mueve con respecto a esa persona! Pero si tomamos como referencia la plaza o algún edificio del pueblo, la torre de la iglesia está en reposo.

3. (a) Se puede establecer el punto de referencia que se prefiera, así como el criterio de signos, con la única condición de que se expliciten y que, en función del mismo, se traduzca correctamente el enunciado del problema. Por ejemplo, si situamos el PR en la ciudad A, y el sentido positivo hacia la ciudad B, se tiene que:  $e_0 = 10 \text{ km}$ ;  $e_f = 15 \text{ km}$ ;  $\text{distancia recorrida} = |30 \text{ km} - 10 \text{ km}| + |15 \text{ km} - 30 \text{ km}| = 20 \text{ km} + 15 \text{ km} = 35 \text{ km}$ .

(b) La distancia recorrida ha sido de 35 km y ha tardado 20 minutos, luego la rapidez media habrá sido (calculamos aquí la rapidez media teniendo en cuenta toda la distancia recorrida, como si el movimiento hubiese sido sin cambio de dirección y, por tanto, sin tener en cuenta el desplazamiento, que habría sido de sólo 5 km):

$$v_m = \frac{35 \text{ km}}{20 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = 105 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(c) La distancia que debe recorrer el coche hasta llegar a la ciudad A es 15 km. Si suponemos que la rapidez media es la misma que en el recorrido anterior tardará:

$$\Delta t = \frac{15 \text{ km}}{105 \text{ km/h}} = \frac{1}{7} \text{ h} = 8 \text{ min } 34 \text{ s}$$

4. Tomando como criterio de signos positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda, las ecuaciones del movimiento para cada caso serán:

(a)  $e_A = 20 + 8 t$ . Para  $t = 10 \text{ s}$ ;  $e_A = 100 \text{ m}$  a la derecha del punto de referencia.

(b)  $e_B = 15 - 2 t$ . Para  $t = 10 \text{ s}$ ;  $e_B = -5 \text{ m}$  (5 m a la izquierda del punto de referencia).

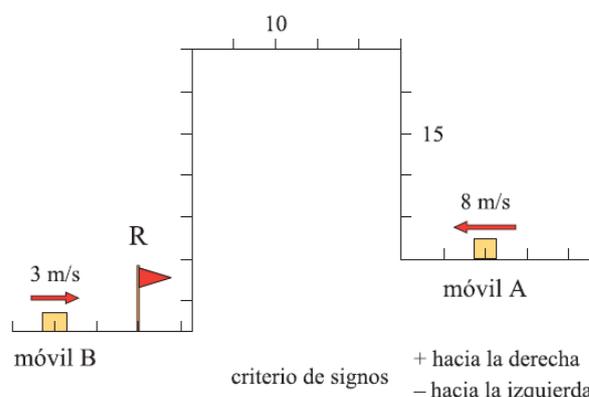
(c)  $e_C = -20 + 4 t$ . Para  $t = 10 \text{ s}$ ;  $e_C = 20 \text{ m}$  a la derecha del punto de referencia.

(d)  $e_D = 30 - 3 t$ . Para  $t = 10 \text{ s}$ ;  $e_D = 0$  (se encuentra en el punto de referencia).

5. (a) La trayectoria puede tener una forma cualquiera, ya que no dice nada sobre ello el enunciado. Por ejemplo, puede ser una línea compuesta por varios tramos rectilíneos tal como se ve en la figura que aparece en la siguiente columna.

(b) Es más rápido el móvil A, pues su rapidez es de 8 m/s, mientras que la del móvil B es de 3 m/s.

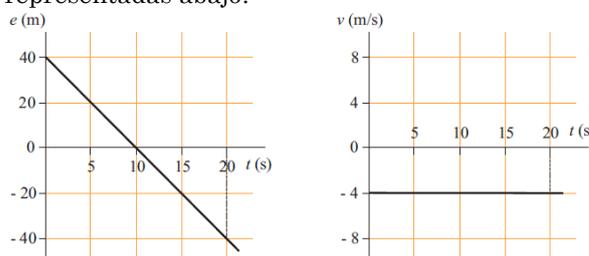
(c) Si coinciden sus posiciones podemos escribir:  $20 - 8 t = -2 + 3 t$ ;  $22 = 11 t$ ;  $t = 2 \text{ s}$ .



(d) La distancia recorrida por cada móvil se calcula:  
A) Para  $t = 0$ ,  $e_A = 20 \text{ m}$ ;  
Para  $t = 2 \text{ s}$ ,  $e_A = 20 - 16 = 4 \text{ m}$ ; luego ha recorrido 16 m.

B) Para  $t = 0$ ,  $e_B = -2 \text{ m}$ ; y para  $t = 2 \text{ s}$ ,  $e_B = -2 + 6 = 4 \text{ m}$ ; luego ha recorrido 6 m.

6. (a) Las gráficas que se piden son como las representadas abajo.



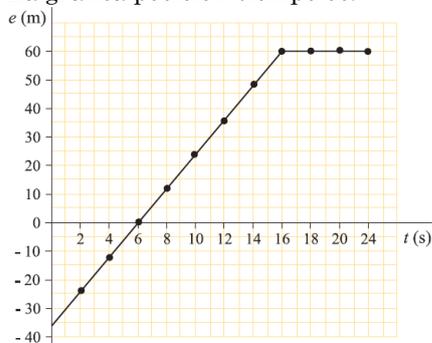
(b) La ecuación representa un movimiento uniforme con una rapidez de 4 m/s dirigida en el sentido que se ha tomado como negativo.

No podemos decir si corresponde a un movimiento curvilíneo o rectilíneo, ya que la ecuación del movimiento no está relacionada con la forma de la trayectoria. Se debe insistir en que las formas de las gráficas posición-tiempo y rapidez-tiempo



tampoco tienen nada que ver con la forma de la trayectoria.

7. (a) La gráfica posición-tiempo es:

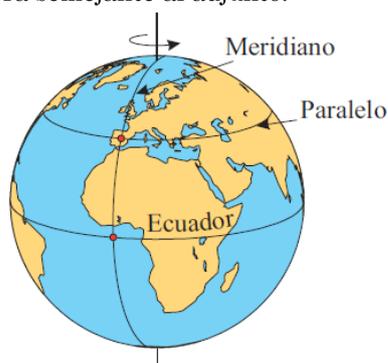


(b) En la gráfica podemos ver que hay dos tramos perfectamente definidos. Durante los 16 primeros segundos, el móvil ha llevado un movimiento uniforme pues la línea es una recta que mantiene siempre la misma inclinación.

Desde el segundo 16 al 22, el móvil ha permanecido siempre en la misma posición, estando por lo tanto quieto.

(c) La distancia recorrida ha sido de 96 m, ya que partió de la posición -36 m y terminó en la posición 60 m.

8. (a) Puesto que las dos personas están en el mismo meridiano pero en diferente paralelo, el dibujo será semejante al adjunto.



(b) La rapidez lineal de la persona que está en el ecuador es mayor que la que está en Madrid. La distancia que recorre la primera es mayor que la que recorre la que está en Madrid en el mismo tiempo, por ejemplo, en un día la Tierra da una vuelta completa, pero la longitud de la circunferencia recorrida es mayor si se trata del ecuador que si se trata del paralelo que pasa por Madrid.

Sin embargo, ambos tienen la misma  $\omega$  ya que para un mismo desplazamiento angular tardan el mismo tiempo. En el ejemplo anterior, ambos tardan 24 horas en dar una vuelta.

(c) Para calcular la velocidad angular en diferentes unidades tenemos:

$$\text{Para calcularla en } ^\circ/\text{s: } \omega = \frac{360^\circ}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 0.004167 \text{ } ^\circ/\text{s}$$

$$\text{Para calcularla en rpm: } \omega = \frac{1}{24 \cdot 60} = 0.000694 \text{ rpm}$$

(d) Para calcular el desplazamiento angular en 4 horas:  $\Delta\phi = \omega \Delta t = 0.004167 \cdot (4 \cdot 60 \cdot 60) = 60^\circ$

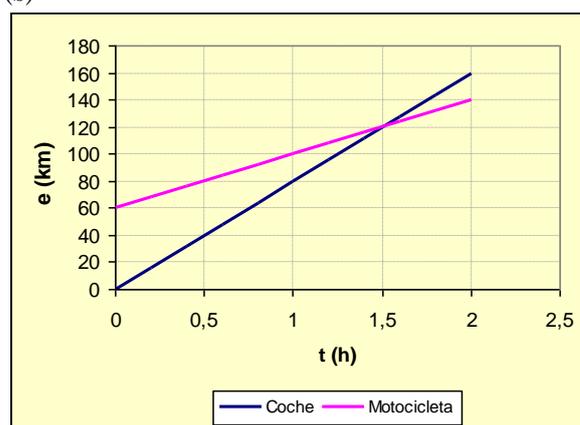
Al mismo resultado se podría llegar teniendo en cuenta que 4 horas es la sexta parte de un día, por lo que girará la sexta parte de 360 grados, es decir, 60 grados.

9. Si tomamos como referencia la posición inicial del coche, las ecuaciones son:

$$\text{Coche: } e_C = 80t$$

$$\text{Motocicleta: } e_M = 60 + 40t$$

(b)



(c) Del análisis de las gráficas  $e-t$  se deduce que el coche alcanza a la motocicleta en la posición 120 km, 1,5 h después de que el coche inicie su movimiento.

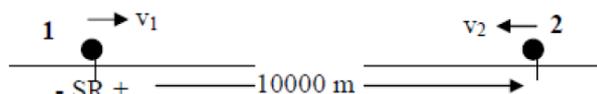
A este resultado también se llega resolviendo el sistema formado por las ecuaciones:  $e_C = 80t$ ;  $e_M = 60 + 40t$ . Cuando el coche alcanza a la motocicleta se cumple que  $e_C = e_M$ , es decir,  $80t = 60 + 40t$ ;  $40t = 60$ ;  $t = 60/40 = 1,5$  h. Sustituyendo este valor en una de las ecuaciones anteriores, se obtiene:  $e_C = e_M = 120$  km.

10. Lo primero que se puede hacer es transformar la diferencia en el tiempo que tienen los dos movimientos en una diferencia espacial. Al mismo tiempo debes elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones de la posición de los dos "atletas".

Cuando el cuñado inicia su movimiento, a las 10 horas de la mañana, el tío Juan ha recorrido ya 18 km. Si tomamos como referencia el pueblo y suponemos que el tiempo empieza a contar a las 10 h, las ecuaciones de la posición son:

Tío Juan:  $e_J = 18 + 9t$   
 Cuñado:  $e_C = 11t$   
 Cuando el cuñado alcanza al tío Juan se cumple que sus posiciones coinciden:  $e_J = e_C$ ; por lo tanto,  $18 + 9t = 11t$ ;  $18 = 2t$  y  $t = 18/2 = 9$  horas. El encuentro tiene lugar 9 horas después de haber salido el cuñado, es decir, a las 7 horas de la tarde.  
 Para hallar la distancia al pueblo, sustituimos el valor de  $t$  en cualquiera de las ecuaciones de la posición:  $e_J = e_C = 99$  km.

11. Si ponemos el PR en el primer ciclista y sentido positivo hacia la derecha, tenemos:



Las ecuaciones de movimiento en el SI son, respectivamente:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= 10 \cdot t_1 \\ e_2 &= 10000 - 7.5 \cdot t_2 \end{aligned} \right\}$$

Los tiempos son diferentes, pues cada móvil comienza su movimiento en un instante distinto. Como el móvil 1 comienza un minuto antes que el móvil dos, podemos escribir:  $t_1 = t_2 + 60$ .

Sustituyendo  $t_1$ :

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= 10 \cdot (t_2 + 60) \\ e_2 &= 10000 - 7.5 \cdot t_2 \end{aligned} \right\}$$

En el lugar de encuentro, se cumple:  $e_1 = e_2$

$$10 \cdot (t_2 + 60) = 10000 - 7.5 \cdot t_2$$

Resolviendo:  $t_2 = 537.14$  s

Sustituyendo:

$$e_2 = 10000 - 7.5 \cdot t_2 = 10000 - 7.5 \cdot 537.14 = 5971.5 \text{ m}$$

Por tanto, ambos ciclistas se cruzan a 5971.5 m de donde sale el primero de ellos, 597.14 s (537.14 + 60) después de salir.

12. (a) Tomando como PR la ciudad de Bilbao y como sentido positivo el sentido que va a Madrid y el origen de tiempos cuando sale el coche de Madrid, podemos escribir:

$$\left. \begin{aligned} e_B &= 78 \cdot t_B \\ e_M &= 443 - 62 \cdot t_M \end{aligned} \right\}$$

Como el coche que sale de Bilbao lo hace 1.5 h después que el de Madrid:

$$t_B = t_M - 1.5$$

Con lo que queda:

$$\left. \begin{aligned} e_B &= 78 \cdot (t_M - 1.5) \\ e_M &= 443 - 62 \cdot t_M \end{aligned} \right\}$$

En el punto de encuentro:  $e_B = e_M$

$$78 \cdot (t_M - 1.5) = 443 - 62 \cdot t_M$$

Resolviendo:

$$t_M = 4 \text{ horas}$$

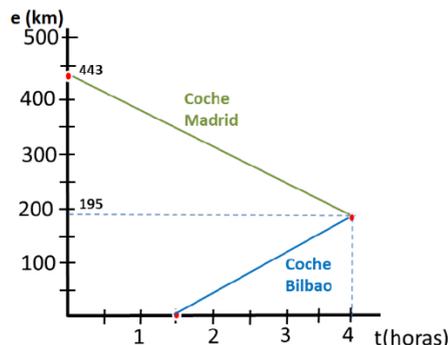
(b) El punto de encuentro es:

$$e_B = 78 \cdot t_B = 78 \cdot (4 - 1.5) = 195 \text{ km}$$

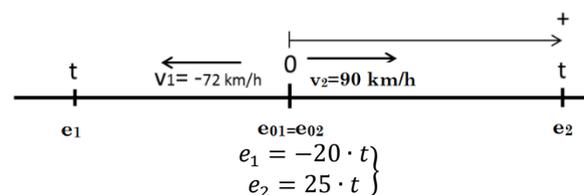
$$e_M = 443 - 62 \cdot t_M = 443 - 62 \cdot 4 = 195 \text{ km}$$

Ambos coches se cruzan a 195 km de Bilbao.

(c) La gráfica posición-tiempo de ambos coches es:



13. Si tomamos el PR y el criterio de signos que se indica en la figura, podemos establecer las siguientes ecuaciones de movimiento (expresando los datos en unidades del sistema internacional):



Al cabo de 2 min (120 s) se encuentran:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -20 \cdot 120 = -2400 \text{ m} \\ e_2 &= 25 \cdot 120 = 3000 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

La distancia entre ellos es:

$$d = |3000 \text{ m} - (-2400 \text{ m})| = 5400 \text{ m}$$

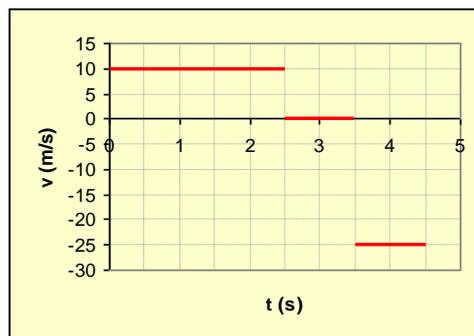
14. (a) Primera gráfica:

El móvil se encuentra inicialmente en la posición  $e = 0$  y, durante 2.5 s, se mueve a 10 m/s hasta llegar a la posición  $e = 25$  m. Después, durante 1 s, permanece en dicha posición. Finalmente, durante 1 s más, vuelve al punto de partida con una rapidez de -25 m/s.

Segunda gráfica:

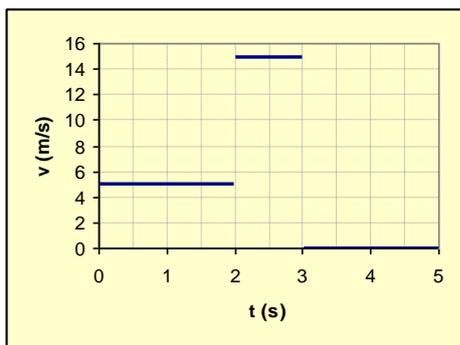
El móvil se encuentra inicialmente en la posición  $e = 10$  m y, durante 2 s, se mueve a 5 m/s hasta llegar a la posición  $e = 20$  m. Cambia bruscamente su rapidez a 15 m/s, rapidez que mantiene durante 1 s, hasta la posición  $e = 35$  m. Finalmente, permanece en reposo en dicha posición.

(b) Primer móvil:





Segundo móvil:



15. (a) Se pregunta por la rapidez al cabo de 8 s, aunque el adelantamiento dura 16 s. Si hacemos uso de la definición de aceleración:

$$0.8 = \frac{(v_f - 24)}{8}; v_f = 30.4 \text{ m/s}$$

(b) el planteamiento es idéntico, sólo que ahora el tiempo es 16 s.

$$0.8 = \frac{(v_f - 24)}{16}; v_f = 36.8 \text{ m/s}$$

Siendo la aceleración constante, la rapidez aumenta progresivamente. Será un movimiento uniformemente acelerado.

16. (a) Si la rapidez se mantiene constante, no ha existido cambio de rapidez y por lo tanto, la aceleración es nula. Erróneamente, se calcula la aceleración dividiendo la rapidez entre el tiempo, con lo que en este caso obtendrían que la  $a = 30/6 = 5 \text{ m/s}^2$ . Se debe insistir en dos cosas:

\* Que antes de hacer cálculos se debe reflexionar sobre el significado de lo que se va hacer. Así, en este caso, se habría evitado el error, pues si la rapidez es constante, no puede existir aceleración.

\* Que se debe ser cuidadoso en la aplicación de las definiciones. Si procedemos adecuadamente, el cálculo de la aceleración sería:  $a = (30 - 30)/6 = 0$ .

(b) En la etapa siguiente la rapidez disminuye, por lo que existe aceleración. Aplicando la definición de aceleración tendríamos:  $a = (10 - 30)/10 = -2 \text{ m/s}^2$ . No es correcto decir que el signo menos significa que es un movimiento en el que la rapidez disminuye.

Para concluir que disminuye la rapidez hay que comparar el signo de la rapidez y el de la aceleración. Dado que la rapidez se ha considerado positiva y la aceleración calculada es negativa, eso significa que hay una disminución de rapidez. Pero podría ocurrir al contrario, que fuese la rapidez negativa y la aceleración positiva, y estaríamos en la misma situación.

17. (a) Falso. La rapidez del móvil en un instante no sólo depende de la aceleración sino también de

la rapidez inicial y del intervalo de tiempo durante el que el móvil esté acelerando. Además, si la aceleración fuese de frenado la rapidez sería cada vez más pequeña.

(b) Falso. La aceleración indica la variación de rapidez en cada unidad de tiempo.

(c) Falso. La distancia recorrida depende también de la rapidez inicial y del intervalo de tiempo durante el que el móvil acelere. En el caso de que la aceleración fuese de frenado, la distancia que recorre hasta detenerse es tanto más pequeña cuanto mayor sea el valor de la aceleración y más pequeña la rapidez inicial.

(d) Falso. Cuando la rapidez disminuye la aceleración tiene signo contrario a la rapidez.

(e) Falso. En los movimientos acelerados que no sean uniformemente acelerados varía la rapidez y la aceleración.

18. Las ecuaciones de los movimientos descritos son:

(a)  $e = -20 + t^2; v = 2t$

(b)  $e = -20t + 2t^2; v = -20 + 4t$

(c)  $e = 50 - 10t - t^2; v = -10 - 2t$

19. Se debe insistir en que es necesario elegir un punto de referencia y un criterio de signos para poder describir el movimiento mediante las ecuaciones. Si escogemos el punto de referencia donde se encuentra el móvil en el instante inicial y sentido positivo el del movimiento las ecuaciones son:  $e = 1.5 t^2; v = 3 t$

(a) La posición a los 5 s de iniciado el movimiento es:  $e_5 = 1.5 \cdot 5^2 = 37.5 \text{ m}$ . El móvil se encuentra a 37.5 m del punto de referencia, en el lado positivo.

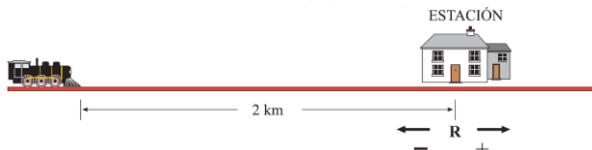
(b) La posición a los 10 s de iniciado el movimiento es:  $e_{10} = 1.5 \cdot 10^2 = 150 \text{ m}$ . El móvil se encuentra a 150 m del punto de referencia, en el lado positivo.

(c) La rapidez a los 5 s será:  $v = 3 \cdot 5 = 15 \text{ m/s}$ .

(d) Distancia recorrida entre los instantes  $t = 5 \text{ s}$  y  $t = 10 \text{ s}$ :  $|\Delta e| = |e_{10} - e_5| = |150 - 37.5| = 112.5 \text{ m}$ .

20. Para resolver el problema es necesario escribir las ecuaciones del movimiento de acuerdo con el punto de referencia indicado. Es necesario explicitar el criterio de signos. Si escogemos positivo el sentido del movimiento, las ecuaciones son:

$$e = -2000 + 30t - 0.2t^2; v = 30 - 0.4t$$



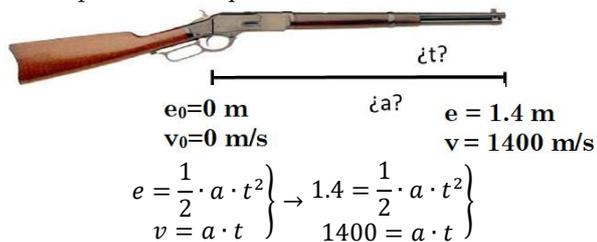
(a) Para calcular la posición de la máquina cuando se haya parado hay que hallar previamente en qué instante se detiene:  $0 = 30 - 0.4 t$ ;  $t = 30 / 0.4 = 75$  s. La posición del tren en este instante es:  $e = -2000 + 30 \cdot 75 - 0.2 \cdot 75^2 = -875$  m. Se detendrá antes de la estación.

(b) Estará a 875 m de la estación.

(c) Distancia recorrida:  $|\Delta e| = |-875 - (-2000)| = 1125$  m.

(d) La posición a los 20 segundos de empezar a frenar:  $e = -2000 + 30 \cdot 20 - 0.2 \cdot 20^2 = -1480$  m. Rapidez en ese instante:  $v = 30 - 0.4 \cdot 20 = 22$  m/s. Distancia recorrida hasta ese instante:  $|\Delta e| = |-1480 - (-2000)| = 520$  m.

21. A partir del esquema:



$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= a \cdot t \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 1.4 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ 1400 &= a \cdot t \end{aligned} \right\}$$

Despejando la aceleración en la segunda expresión y sustituyéndola en la primera nos queda:

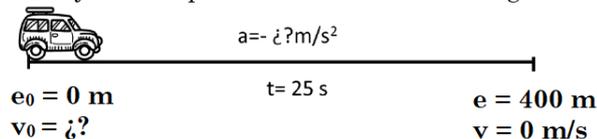
$$1.4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1400}{t} \cdot t^2; 1.4 = 700 \cdot t; t = 0.002 \text{ s}$$

Que es el tiempo que necesita la bala para salir de la escopeta.

La aceleración de la bala es:

$$1400 = a \cdot 0.002; a = 700\,000 \frac{m}{s^2}$$

22. A partir del esquema, poniendo el PR en el coche y sentido positivo hacia donde se dirige:

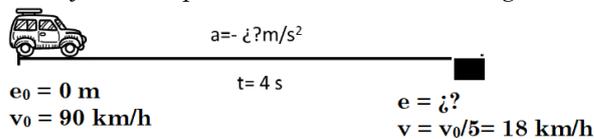


$$\left. \begin{aligned} e &= e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 + a \cdot t \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 400 &= v_0 \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 25^2 \\ 0 &= v_0 + a \cdot 25 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema, se obtiene:

$$a = -1.28 \frac{m}{s^2} \therefore v_0 = 32 \frac{m}{s}$$

23. A partir del esquema, poniendo el PR en el coche y sentido positivo hacia donde se dirige:



$$\left. \begin{aligned} e &= e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 + a \cdot t \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} e &= 25 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4^2 \\ 5 &= 25 + a \cdot 4 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema, se obtiene:

$$a = -5 \frac{m}{s^2} \therefore e = 60 \text{ m}$$

24. (a) Para resolver la actividad se debe recordar que, para describir los movimientos de caída libre, no hay que tener en cuenta la masa del cuerpo.

(a) Correcto.

(b) Incorrecto. Tarda más tiempo en llegar al suelo el que se lanzó hacia arriba.

(c) Correcto.

25. (a) En primer lugar, la ecuación química nos sirve para simbolizar un determinado proceso químico en el lenguaje preciso que utiliza la Química. Para esto no es necesario ajustar la reacción.

Podemos distinguir tres tipos de movimientos:

- \* De 0 a 4 s: movimiento uniforme con  $v = 15$  m/s.
- \* De 4 s a 5 s: movimiento uniformemente acelerado con  $v_0 = 15$  m/s y  $a = -15$  m/s<sup>2</sup>.
- \* De 5 s a 10 s: movimiento uniformemente acelerado con  $v_0 = 0$  y  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>.

Si calculamos los desplazamientos en cada tramo:

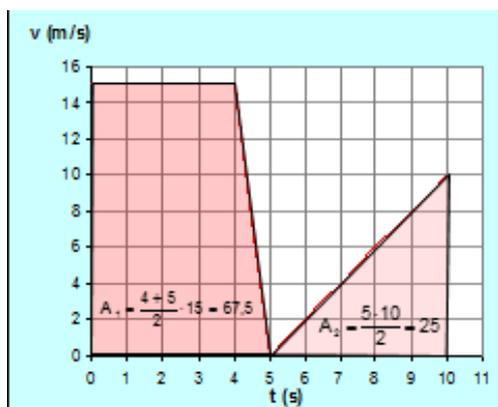
$$\Delta e_1 = vt = 15 \cdot 4 = 60 \text{ m}$$

$$\Delta e_2 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 15 \cdot 1 + \frac{1}{2} (-15) \cdot 1^2 = 7.5 \text{ m}$$

$$\Delta e_3 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 25 \text{ m}$$

El desplazamiento total es la suma de estos tres desplazamientos parciales: 92.5 m.

El desplazamiento también puede calcularse como el "área bajo la curva" en una gráfica  $v-t$ . En este caso, el valor del desplazamiento coincide con la suma de las áreas de un trapecio (67.5 m) y de un triángulo (25 m).



26. (a) El movimiento ha sido uniforme en el tramo A y en el tramo C, ya que en ellos la gráfica *posición-tiempo* es una recta. El tramo B corresponde a un movimiento uniformemente acelerado.

(b) La rapidez ha sido mayor en el tramo C que en el tramo A, lo cual puede deducirse de la inclinación de la recta o bien haciendo los cálculos correspondientes.

(c) La distancia total recorrida ha sido 35 m. En el tramo A ha recorrido 15 m, pasando de la posición -5 a la posición 10. En el tramo B ha recorrido 10 m, pues ha pasado de la posición 10 a la posición 15 y luego de la posición 15 a la posición 10. Por último, en el tramo C recorre 10 m, pues ha pasado de la posición 10 a la posición 0 (punto de referencia).

(d) La rapidez media ha sido  $v_m = 35 / 16 = 2.2$  m/s.

27. (a) En la representación de la gráfica, durante los 2 primeros segundos, tramo A, el movimiento ha sido con rapidez constante dirigido hacia el lado que se ha tomado como negativo. A partir del segundo 2, y durante otros dos segundos que corresponden al tramo B, el móvil ha comenzado a frenar pero ha seguido moviéndose en el mismo sentido. En el instante  $t = 3$  s el móvil cambia de sentido y aumenta su rapidez hasta el instante  $t = 4$  s. En el tramo C, durante los cuatro últimos segundos, la rapidez se mantiene constante, siendo por lo tanto un movimiento uniforme.

(b) En el intervalo de tiempo que dura el movimiento representado por el tramo A la distancia recorrida ha sido 20 m, en el sentido negativo. Entre los instantes  $t = 2$  s a  $t = 4$  s (movimiento uniformemente acelerado de ida y vuelta) el móvil ha recorrido 10 m: cinco metros en un sentido y otros cinco en el contrario. Durante el tiempo que dura el movimiento representado en el tramo C, ha recorrido 40 m en el sentido positivo.

28. (a) El movimiento de caída libre es un m.u.a. Si consideramos positivo el sentido hacia abajo y tomamos la aceleración de caída igual a  $9.8 \text{ m/s}^2$ , la rapidez al cabo de 2.3 s es:

$$v = 0 + 9.8 \cdot 2.3 = 22.54 \text{ m/s}$$

(b) Más de 88 metros. La rapidez va aumentando progresivamente y las distancias recorridas en el mismo tiempo aumentan también. Si en los 3 primeros segundos ha recorrido 44 metros, en los tres segundos siguientes recorrerá más de 44 metros, así que en los 6 segundos habrá recorrido más de 88 metros.

(c) La piedra de 4 kg tendrá la misma rapidez que la de 2 kg a los 2.3 s, ya que en caída libre la rapidez de caída no depende de la masa, sino sólo de la altura desde la que cae y de la rapidez inicial que tenía (despreciando el rozamiento). Al igual que la piedra de 2 kg, habrá descendido más de 88 m.

29. (a) Si tomamos el punto de referencia en el suelo y sentido positivo hacia arriba, las ecuaciones son:

$$e = 10 + 15 t - 4.9 t^2 ; v = 15 - 9.8 t$$

El signo de la aceleración es negativo, porque, cuando la piedra sube la rapidez disminuye y por tanto el signo de la aceleración debe ser contrario al de la rapidez.

Cuando alcanza la altura máxima la rapidez es nula, por lo que:  $0 = 15 - 9.8 t$ ;  $t = 1.53$  s.

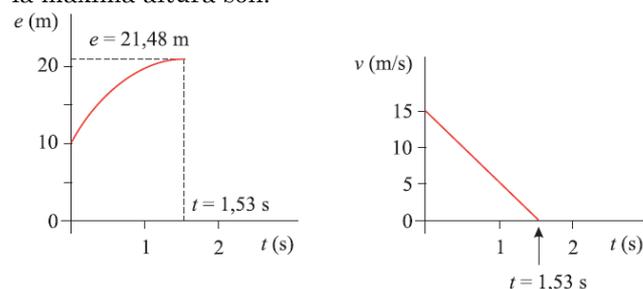
(b) Para calcular la altura máxima sustituimos en la ecuación de la posición  $t$  por 1.53 s:

$$e = 10 + 15 \cdot 1.53 - 4.9 \cdot 1.53^2 = 21.48 \text{ m.}$$

El resultado que se obtiene depende del punto de referencia escogido.

(c) Puesto que hemos tomado el punto de referencia en el suelo, la distancia a la que estará la piedra cuando alcance la altura máxima coincide con el valor de la posición: 21.48 m. El resultado que se obtiene en este apartado no depende del punto de referencia elegido.

(d) Las gráficas *posición-tiempo* y *rapidez-tiempo* desde el instante del lanzamiento hasta que llega a la máxima altura son:

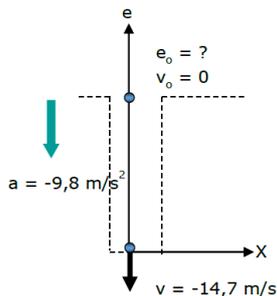




30. De acuerdo con el sistema de referencia y siendo el criterio de signos positivo hacia arriba y negativo hacia abajo, las ecuaciones asociadas a este lanzamiento son:

$$v = -9.8t$$

$$e = e_0 - 4.9t^2$$



(a) De la ecuación de rapidez deducimos que:  $-14.7 = -9.8t$ ;  $t = 14.7/9.8 = 1.5$  s, que es el tiempo que tarda la piedra en llegar al fondo del pozo.

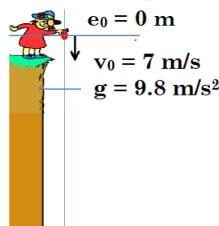
(b) En ese instante la posición de la piedra es  $e = 0$ ; por lo tanto, en la ecuación de la posición podemos escribir:  $0 = e_0 - 4.9 \cdot 1.5^2$ ;  $0 = e_0 - 11$ , por lo que la profundidad del pozo es:  $e_0 = 11$  m.

31. (a) El móvil A sigue un MU. Parte a 14 m del PR desde el lado positivo y se dirige hacia la parte negativa con una rapidez de 6 m/s. El móvil B sigue un MUA. Parte a 4 m del PR desde el lado positivo, con una rapidez inicial de 5 m/s hacia el lado negativo. Lleva una aceleración de 2 m/s, por lo que al principio ira frenando hasta detenerse y se dirigirá hacia la parte positiva con la misma aceleración.

(b) A pasa por PR a los 7/3 segundo con una rapidez de -6 m/s y B pasa a los 1 s y 4 s con -3m/s y 3 m/s, respectivamente.

(c) Se cruzan a los 2.7 segundos a 2.2 m del PR.

32. Poniendo el PR en el objeto que cae, siendo positivo el sentido de caída, podemos escribir:



Las ecuaciones de movimiento del cuerpo son:

$$e = 7 \cdot t + 4.9 \cdot t^2$$

$$v = 7 + 9.8 \cdot t$$

(a) Al cabo de 3 s, la rapidez es:  $v = 7 + 9.8 \cdot 3 = 36.4$  m/s

(b) La posición es:  $e = 7 \cdot 3 + 4.9 \cdot 3^2 = 65.1$  m

Con lo que la distancia recorrida en ese tiempo es:  $distancia = |\Delta e| = |65.1 - 0| = 65.1$  m

(c) Cuando el móvil está en  $e = 14$  m, el objeto ha recorrido 14 m, lo cual ocurre al cabo de:

$$14 = 7 \cdot t + 4.9 \cdot t^2$$

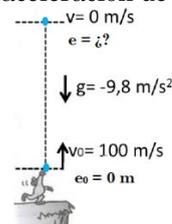
Cuya solución positiva es:  $t = 1.12$  s. En ese instante, la rapidez del objeto es:  $v = 7 + 9.8 \cdot 1.12 = 18$  m/s

(d) Teniendo en cuenta que el cuerpo se lanzó desde 200 m de altura, el tiempo que tarda en llegar al suelo es:

$$200 = 7 \cdot t + 4.9 \cdot t^2$$

Cuya solución positiva es:  $t = 5.71$  s. En ese instante, la rapidez del objeto es:  $v = 7 + 9.8 \cdot 5.71 = 62.96$  m/s

33. Primero establecemos el PR en el objeto que va a ser lanzado. Consideramos que será positivo todo lo que vaya hacia arriba (posición y rapidez) y consideraremos negativo todo lo que vaya hacia abajo (valor de la aceleración de la gravedad).



Las ecuaciones de movimiento del cuerpo son:

$$e = 100 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

$$v = 100 - 9.8 \cdot t$$

(a) y (b) Cuando el objeto alcance la altura máxima, la rapidez es nula:

$$0 = 100 - 9.8 \cdot t; t = 10.2$$

En ese instante, la posición es:

$$e = 100 \cdot 10.2 - 4.9 \cdot 10.2^2 = 510.2$$

Por tanto, la altura máxima alcanzada es 510.2 m.

(c) En un movimiento de este tipo el objeto tardará lo mismo en subir que en bajar, por tanto, el tiempo total será el doble que el de subida:  $t = 20.4$  s.

También se puede calcular teniendo en cuenta que la posición final es  $e = 0$  m.

$$0 = 100 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

Cuya solución (no nula) es 20.4 s.

(d) Para alcanzar los 300 m, tarda:

$$300 = 100 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

Cuyas soluciones son: 3.7 s (al subir) y 16.8 s (al bajar).

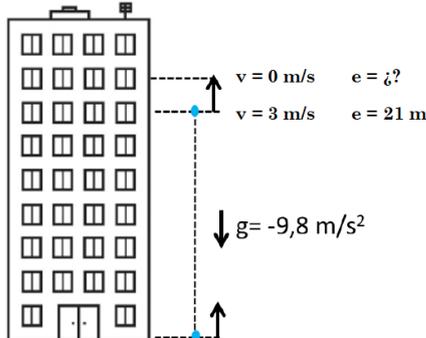
Para alcanzar los 600 m, tarda:

$$600 = 100 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

Esta ecuación no tiene solución, ya que como calculamos en el apartado (a) el objeto sólo alcanza una altura máxima de 510.2 m y por tanto no existe un tiempo para que la altura sea de 600 m.

34. (a) Como vemos en el dibujo, hemos tomado el cero en la parte donde empieza el movimiento. Todo lo que va hacia abajo lo tomaremos como negativo

(es el P.R. que hemos tomado) y por tanto la aceleración de la gravedad será negativa.



En primer lugar, determinamos la rapidez inicial de la piedra,  $v_0$ :

$$\left. \begin{aligned} e &= e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \\ v &= v_0 + at \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 21 &= v_0 \cdot t - 4.9 \cdot t^2 \\ 3 &= v_0 - 9.8 \cdot t \end{aligned}$$

Resolviendo:

$$t = 1.79 \text{ s}; v_0 = 20.54 \text{ m/s}$$

A partir de aquí, podemos escribir las ecuaciones de movimiento de la piedra:

$$\left. \begin{aligned} e &= 20.54 \cdot t - 4.9t^2 \\ v &= 20.54 - 9.8t \end{aligned} \right\}$$

Cuando la piedra llega a su altura máxima,  $v = 0$ :

$$0 = 20.54 - 9.8t; t = 2.1 \text{ s}$$

Y sustituyendo:

$$e = 20.54 \cdot 2.1 - 4.9 \cdot 2.1^2 = 21.5 \text{ m}$$

(b) Para determinar el tiempo que tarda la piedra en ir desde la 7ª planta hasta su altura máxima:

$$t = 2.1 \text{ s} - 1.79 \text{ s} = 0.31 \text{ s}$$

35. (a) Las ecuaciones de movimiento son:

$$e = e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2; e_A = 10 - 4.9t^2;$$

$$e_B = 20t + -4.9t^2$$

Al cruzarse se cumple:  $e_A = e_B$ ;

$$10 - 4.9t^2 = 20t - 4.9t^2;$$

$$20t = 10; t = 0.5 \text{ s}$$

Sustituyendo:

$$e_A = 10 - 4.9 \cdot (0.5)^2 = 8.78 \text{ m}$$

(b) La ecuación para la rapidez es:

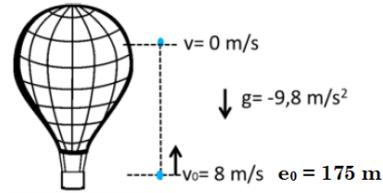
$$v = v_0 + at;$$

$$v_A = 0 + (-9.8) \cdot 0.5 = -4.9 \text{ m/s};$$

$$v_B = 20 + (-9.8) \cdot 0.5 = 20 - 4.9 = 15.1 \text{ m/s}$$

36. Como vemos en el dibujo, hemos tomado el cero en la parte donde empieza el movimiento. Todo lo que va hacia abajo lo tomaremos como negativo (es el P.R. que hemos tomado) y por tanto la aceleración de la gravedad será negativa.

Como el globo va ascendiendo a una velocidad de 8 m/s, el objeto que va en el globo, también ascenderá a una velocidad igual.



(a) Podemos escribir las ecuaciones de movimiento del objeto:

$$\begin{aligned} v &= 8 - 9.8 \cdot t \\ e &= 175 + 8 \cdot t - 4.9 \cdot t^2 \end{aligned}$$

Cuando se el objeto alcance la altura máxima:  $v = 0$

$$0 = 8 - 9.8 \cdot t; t = 0.82 \text{ s}$$

La altura máxima será:

$$e = 175 + 8 \cdot 0.82 - 4.9 \cdot 0.82^2 = 178.3 \text{ m}$$

(b) Al cabo de 5 s, la posición del objeto es:

$$e = 175 + 8 \cdot 5 - 4.9 \cdot 5^2 = 92.5 \text{ m}$$

(c) Su rapidez a los 5 s es:

$$v = 8 - 9.8 \cdot 5 = -41 \text{ m/s}$$

El signo menos en la rapidez significa que el sentido es el negativo respecto al PR que hemos considerado. Por tanto, indica que está cayendo con una rapidez de 41 m/s.

(d) Para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo:

$$e = 175 + 8 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

Cuya solución es:  $t = 6.85 \text{ s}$ .

37. Poniendo el PR en el suelo y sentido positivo hacia arriba y negativo hacia abajo, podemos escribir, cuando el cuerpo llegue al suelo:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ e &= e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v &= 0 - g \cdot t \\ 0 &= h + 0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2 \end{aligned}$$

Despejando  $t$  en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda:

$$0 = h - \frac{g}{2} \cdot \left(-\frac{v}{g}\right)^2$$

Operando:

$$0 = h - \frac{g}{2} \cdot \frac{v^2}{g^2}; 0 = h - \frac{v^2}{2g}$$

Despejando:

$$\frac{v^2}{2g} = h; v^2 = 2gh; v = \sqrt{2gh} \quad (\text{c. q. d.})$$

38. En primer lugar, vamos a averiguar la rapidez con la que la pelota llega a la parte superior de la ventana. Con el PR en la parte superior de la ventana y el criterio de signos que se indica en el dibujo:

$$= e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

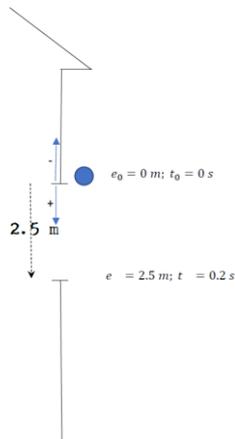
$$2.5 = 0 + v_0 \cdot 0.2 + 4.9 \cdot 0.2^2$$



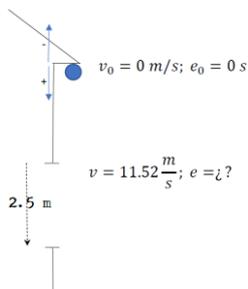
Despejando, se obtiene:

$$v_0 = 11.52 \text{ m/s}$$

Por tanto, la pelota llega a la parte superior de la ventana con una rapidez de 11.52 m/s.



A continuación, CAMBIAMOS EL PR, y lo ponemos en la cornisa, como se indica en el esquema. El problema queda:



$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ e &= e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 11.52 &= 0 + 9.8 \cdot t \\ e &= 0 + 0 \cdot t + 4.9 \cdot t^2 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo, tenemos:  
 $t = 1.18 \text{ s}, e = 6.8 \text{ m}$

Por tanto, hay 6.8 m entre la cornisa y la parte superior de la ventana.

39. En este movimiento se produce un cambio de sentido, puesto que la rapidez inicial ( $v_0 = 8 \text{ m/s}$ ) y la aceleración ( $a = -4 \text{ m/s}^2$ ) tienen signos contrarios.

La ecuación corresponde a un movimiento de ida y vuelta, en el que primero el móvil frena hasta un instante en el que la rapidez es nula y a partir de ese instante se mueve en sentido contrario aumentando la rapidez.

Para calcular la distancia recorrida es necesario hallar el instante en el que el móvil da la vuelta. Para ello se impone la condición que  $v$  sea cero. La ecuación de la rapidez es  $v = 8 - 4t$ , luego el móvil da la vuelta cuando  $t = 2 \text{ s}$ . La distancia recorrida durante el primer segundo sí es 6 m, pero para calcular la distancia recorrida entre  $t = 0$  y  $t = 3 \text{ s}$  es necesario calcular la distancia recorrida en un sentido, entre  $t = 0$  y  $t = 2 \text{ s}$  ( $\Delta e = 8 \text{ m}$ ) y después en el otro, entre  $t = 2$  y  $t = 3 \text{ s}$  ( $\Delta e = -2 \text{ m}$ ) y se suman sus valores absolutos. La distancia total recorrida es 10 m.

40. (a) En los tramos azules, el móvil sigue un MRUA. En los tramos verdes, un MRU.

(b) Como puede observarse, la ingesta de alcohol influye en el tiempo de reacción; es decir, en el primer tramo. Cuando no se ha consumido alcohol, el tiempo de reacción es:

$$\Delta t = \frac{\Delta e}{v} = \frac{25 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 1 \text{ s}$$

Cuando ha consumido alcohol, el tiempo de reacción es:

$$\Delta t = \frac{\Delta e}{v} = \frac{37 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 1.48 \text{ s}$$

Por tanto, el tiempo de reacción aumenta en 0.48 s.

(c) Efectivamente, para cada caso, la aceleración es la misma, puesto que en ambos casos la rapidez inicial es la misma y la distancia recorrida también.

41. Eligiendo el PR en el lugar que comienza a frenar, como criterio de signos, positivo hacia donde se dirige y a partir de la información del enunciado, podemos escribir:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ e &= e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 0 &= v_0 + a \cdot 25 \\ 400 &= 0 + v_0 \cdot 25 + \frac{1}{2}a \cdot 25^2 \end{aligned} \right\}$$

Despejando  $v_0$  y sustituyendo en la segunda ecuación:

$$\left. \begin{aligned} -25a &= v_0 \\ 400 &= 0 + (-25a) \cdot 25 + \frac{1}{2}a \cdot 25^2 \end{aligned} \right\}$$

Así, podemos obtener el valor de la aceleración:  $a = -1.28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Con la aceleración calculada y sustituyendo en la primera ecuación podemos obtener la rapidez que tenía el móvil antes de empezar a frenar:

$$v_0 = -25a = (-25) \cdot (-1.28) = 32 \text{ m/s}$$

42. (a) Eligiendo el PR en el lugar que comienza a frenar, como criterio de signos, positivo hacia donde se dirige y a partir de la información del enunciado, podemos escribir:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ e &= e_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 0 &= 33.33 + a \cdot 10 \\ e &= 0 + 33.33 \cdot 10 + \frac{1}{2}a \cdot 10^2 \end{aligned} \right\}$$

De la primera ecuación se obtiene la aceleración de frenado:  $a = -3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Y de la segunda se obtiene la posición final, donde se detiene:  $e = 166.83 \text{ m}$ .

Por tanto, la distancia recorrida por el móvil, mientras frena es:

$$\text{distancia recorrida} = |\Delta e| = |166.83 - 0| = 166.83 \text{ m}$$

(b) Primero determinamos el tiempo que tardará en chocar, a partir de:

$$30 = 0 + 33.33 \cdot t - \frac{3.33}{2} \cdot t^2$$

Esta ecuación de segundo grado tiene dos soluciones:  $t_1 = 19.05 \text{ s}$  y  $t_2 = 0.95 \text{ s}$ .

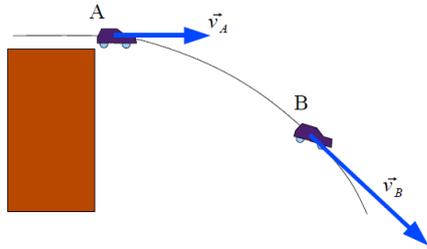
La primera no es válida, pues sabemos que tarda 10 s en frenar. Por tanto, tomamos la segunda como el instante en que el vehículo choca con el otro.

Sustituyendo en la ecuación de la rapidez:



$$v = 33.33 - 3.33 \cdot 0.95 = 30.17 \frac{m}{s} = 108.6 \frac{km}{h}$$

43. Debemos tener en cuenta, que la rapidez es un vector tangente a la trayectoria. Por tanto, la velocidad en el punto A y en el punto B deben ser como se indican.

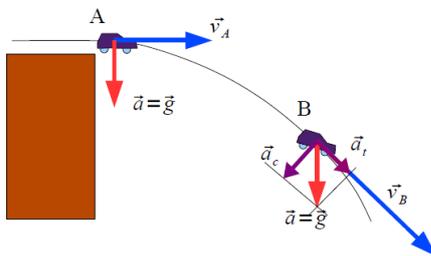


Se ha dibujado el módulo de la velocidad en el punto B mayor que la del punto A, puesto que así lo es, ya que la rapidez aumenta conforme cae el coche.

Con respecto al vector aceleración, debemos recordar que se trata de un cuerpo en caída libre. Luego la única aceleración existente es la de la gravedad. Es decir  $9.8 \text{ m/s}^2$  y dirigida hacia abajo, tanto en el punto A como en el B.

En el punto A, resulta que se obtiene prácticamente perpendicular a la trayectoria (o a la velocidad). Lo que quiere decir, que en el punto A, casi toda la aceleración es centrípeta. Es decir, el coche va curvando su trayectoria hacia abajo, mientras que prácticamente la rapidez no cambia.

Sin embargo, en el punto B, la aceleración ya no es perpendicular a la velocidad, luego tiene aceleración centrípeta y aceleración tangencia. O lo que es lo mismo, el coche va curvando, y la rapidez va cambiando, aumentando, puesto que la aceleración tangencial tiene el mismo sentido que la velocidad.

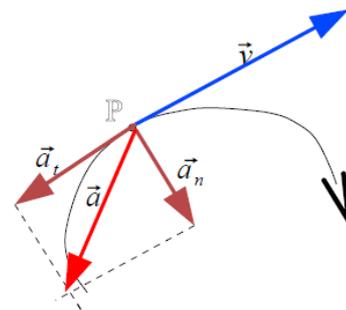


44. (a) El vector velocidad es el vector azul. Debe ser un vector tangente a la trayectoria en el punto donde se mide y con el sentido el que indica el movimiento. En el enunciado se dice que el móvil se mueve en el sentido positivo del eje.

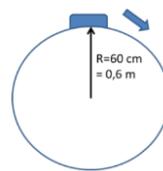
(b) El vector aceleración es el vector rojo. Es un vector que es el resultado de la composición rectangular de la aceleración tangencial y la aceleración normal o centrípeta. Sabemos que la aceleración tangencial tiene la misma dirección que la velocidad, y su sentido es el mismo de la

velocidad si el móvil va cada vez más rápido, o sentido contrario a la velocidad si el móvil se va frenando, que es el caso que se explica en el enunciado.

La aceleración normal, hemos visto que siempre es perpendicular a la velocidad (o a la aceleración tangencial) y apuntando hacia el centro de la curva. Si representamos estas dos aceleraciones, la aceleración total, es la suma de estas dos.



45. A partir del esquema:



Entre la velocidad lineal y la angular existe la siguiente relación:  $v = \omega \cdot R$ .

Donde "v" es la velocidad lineal medida en m/s y "ω" es la velocidad angular medida en

rad/s. Por tanto:  $v = \omega \cdot R = 3 \cdot 0.6 = 1.8 \text{ m/s}$ .

46. La velocidad lineal la obtenemos dividiendo el desplazamiento del objeto entre el tiempo empleado, de modo similar obtenemos la velocidad angular. En este caso, dividimos el ángulo recorrido (en radianes) entre el tiempo empleado.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{4 \text{ rad}}{0.15 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.44 \text{ rad/s}$$

47. La frecuencia es el número de vueltas que da un objeto en un segundo. En este caso, está claro que la frecuencia será:  $f = 2 \text{ Hz}$  (pues nos lo indica así el enunciado).

En cuanto al periodo, es la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \text{ s}^{-1}} = 0.5 \text{ s}$$

El periodo es de 0.5 s, es decir, el cuerpo tarda medio segundo en dar una vuelta.

48. (a) Puesto que la frecuencia en Hz son las vueltas por segunda que da el móvil, basta cambiar las unidades mediante nuestros magníficos factores de conversión:

$$f = \frac{90 \text{ vueltas}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1.5 \text{ vueltas}}{1 \text{ s}} = 1.5 \text{ Hz}$$

(b) En cuanto al periodo, es la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1.5 \text{ s}^{-1}} = 0.67 \text{ s}$$

(c) La velocidad angular será:



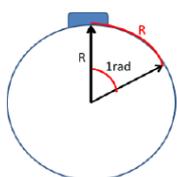
$$\omega = \frac{90 \text{ vueltas}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 3\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

49. (a) El desplazamiento lineal se mide en metros en el SI y el desplazamiento angular se mide en radianes. Como el disco ha dado media vuelta:

$$\Delta\theta = 0.5 \text{ vuelta} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = \pi \text{ rad}$$

(b) A partir de la definición de velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\pi \text{ rad}}{1.5 \text{ s}} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$



(c) A partir de la relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}} \cdot 0.15 \text{ m} = 0.314 \text{ m/s}$$

50. (a) Nos dice que ha dado 2.5 vueltas en un día:

$$\Delta\theta = 2.5 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 5\pi \text{ rad}$$

(b) A partir de la relación entre la distancia lineal recorrida y el desplazamiento angular barrido:

$\Delta s = \Delta\theta \cdot R = 5\pi \text{ rad} \cdot 8\,000\,000 \text{ m} = 125\,663\,706 \text{ m}$   
El satélite habrá recorrido aproximadamente 125 664 km.

(c) Su velocidad angular será:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{5\pi \text{ rad}}{1 \text{ día} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}} = 1.82 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

(d) Su velocidad lineal será:

$$v = \omega \cdot R = 1.82 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 8\,000\,000 \text{ m} = 1456 \text{ m/s}$$

51. (a) El periodo de la Tierra en horas es:

$$T = 1 \text{ año} \cdot \frac{365 \text{ días}}{1 \text{ año}} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} = 8760 \text{ h}$$

(b) La frecuencia de dicho movimiento es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8760 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}} = \frac{1}{31536000 \text{ s}} = 3.17 \cdot 10^{-8} \text{ Hz}$$

(c) La velocidad angular será:

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{31536000 \text{ s}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

(d) La distancia entre la Tierra y el Sol (radio de giro) es:

$$v = \omega \cdot R; R = \frac{v}{\omega} = \frac{30\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

La distancia entre la Tierra y el Sol es de 150 millones de km.