Sda 2:

Nº con coma

$\mathbb{Q}$

(números racionales)

$\mathbb{I}$

(números irracionales)

1. Construcción

Parte entera → 1 , 625 ← Parte decimal

2. Comparación y Ordenación

¿Cuál es más grande?

63,32 o 63,31999

>

63,32 > 63,31999

3. Clasificación de nº decimales

3.1 Tipología:

•Decimal exacto: 63,27

•Decimal periódico puro:

63,2727272727272727... → $63,\overset{\frown}{27}$

periodo

•Decimal periódico mixto:

63,54135135135135135...→ $63,54\overset{\frown}{135}$

periodo

anteperiodo

•Decimal irracional:

PI(π): 3.14159265358979323846...

4. Conversión a fracciones

4.1. Decimales exactos:

- Ejemplo: 3,25

1. Se pone en el numerador el número sin coma.
2. Se pone en el denominador un 1 y tantos 0 como cantidad de decimales haya.

$$3,25 = \frac{325}{100} = \frac{13}{4}$$

4. Conversión a fracciones

4.2. Decimales periódicos puros:

- Ejemplo: $4,\overset{\frown}{125}$

1. Se pone en el numerador el número sin coma y se le resta la parte entera.
2. Se ponen en el denominador tantos 9 como cantidad de decimales haya en el periodo.

$$4,\overset{\frown}{125} = \frac{4125-4}{999} = \frac{4121}{999}$$

5

4. Conversión a fracciones

4.3. Decimales periódicos mixtos:

- Ejemplo: $4,554\overset{\frown}{25}$

1.Se pone en el numerador el número sin coma y se le resta la cifra formada por la parte entera y el anteperiodo.
2.Se ponen en el denominador tantos 9 como cantidad de decimales haya en el periodo, seguido de tantos 0 como cifras haya en el anteperiodo.

$$4,554\overset{\frown}{25} = \frac{455425-4554}{99000} = \frac{450871}{99000}$$

5. Aproximación

5.1 Truncar:

Eliminar las cifras decimales de orden inferior.

$$17,38599$$

$$Ejemplo\ 1:\ Truncar\ a\ la\ centésima$$

$$17,38$$

$$Ejemplo\ 2:\ Truncar\ a\ la\ Milésima$$

$$17,385$$

7

5. Aproximación

5.2 Redondear:

Si la unidad de orden posterior es menor que 5 (0,1,2,3 o 4) se deja la misma cifra que se está redondeando y se elimina el resto

$$Redondear\ a\ la\ milésima\ el\ nº\ 1,7382 \rightarrow 1,738$$
$$Redondear\ a\ la\ décima\ el\ nº\ 17,94992 \rightarrow 17,9$$

Si la unidad de orden posterior es mayor o igual que 5 (5,6,7,8 o 9) se incrementa en una unidad la cifra a redondear y se elimina el resto.

$$Redondear\ a\ la\ centésima\ el\ nº\ 17,6251 \rightarrow 17,63$$
$$Redondear\ a\ la\ centésima\ el\ nº\ 17,99682 \rightarrow 18$$

8

6. Sumas y Restas

Alinear los números por las comas:

Ejemplo 1: 1,01 + 11,1 + 100,001 + 1,1

Ejemplo 2: 90,005 – 8,02

$$\begin{array}{r} 1{,}01 \\ 11{,}1 \\ +\;100{,}001 \\ 1{,}1 \\ \hline 113{,}211 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 90{,}005 \\ -\;8{,}02 \\ \hline 81{,}985 \end{array}$$

7. Multiplicaciones

7.1 Por la unidad seguida de ceros

Se va pasando la coma hacia la derecha hasta agotar los decimales, momento en el que se empieza a poner 0

Ejemplo 1: 2,837 · 100 $\quad$ 2 8 3,7

Ejemplo 2: 2,837 · 1 000 $\quad$ 2 8 3 7

Ejemplo 3: 2,837 · 10 000 $\quad$ 2 8 3 7 0

7. Multiplicaciones

7.2 Cualesquiera otros números

Se multiplican los números sin comas y en el resultado dejamos tantos decimales como decimales haya entre los dos multiplicandos

Ejemplo: 2,837 · 10,23

$$\underbrace{3\ decimales + 2\ decimales}_{5\ decimales}$$

$$\begin{array}{r} 2\,8\,3\,7 \\ \times\;1\,0\,2\,3 \\ \hline 8\,5\,1\,1 \\ +\;5\,6\,7\,4 \\ 2\,8\,3\,7\leftarrow \\ \hline 2\,9{,}0\,2\,2\,5\,1 \end{array}$$

8. Divisiones

8.1 Por la unidad seguida de ceros

Se va pasando la coma hacia la izquierda hasta agotar los números, momento en el que se empieza a poner 0 por la izquierda

Ejemplo 1: 283,7 / 100 $\quad$ 2,8 3 7

Ejemplo 2: 283,7 / 1 000 $\quad$ 0,2 8 3 7

Ejemplo 3: 283,7 / 10 000 $\quad$ 0,0 2 8 3 7

8. Divisiones

8.2 Cualesquiera otros números

En el divisor no puede haber decimales, si hubiese multiplicamos dividendo y divisor por tantos 10 como decimales haya en el divisor.

Ejemplo: 0,93 / 2,5

```
9,3  | 25
180  |_____
 050   0,372
  00
```


9. Múltiplos de un número

Que contiene un número exacto de veces a otro número

Ejemplo: 15

El 15 contiene 5 veces el 3 → 15 = 3+3+3+3+3

El 15 contiene 3 veces el 5 → 15 = 5+5+5

El 15 es múltiplo de 3 y 5 porque se puede dividir exactamente, el resto da 0, por 3 o por 5.

10. Divisores de un número

Que es divisible exactamente por otro número

Ejemplo: 2 es divisor de 10

Porque 10 se puede dividir exactamente, el resto da 0, por 2.

11. Número Primo

Sólo es divisible por él mismo y el 1

Ejemplo: 13

El 13 solo se puede dividir por 13 o por 1.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97,…

12. Número Compuesto

Tiene más de 2 divisores

Ejemplo: 24

Es divisible por 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

13. Criterios de Divisibilidad

Un número es divisible por 2:

Si su última cifra es par o es 0.

Un número es divisible por 3:

Si la suma de sus cifras es divisible por 3.

Un número es divisible por 5:

Si su última cifra es 0 o es 5.

Un número es divisible por 10:

Si su última cifra es 0.

14. Descomposición Factorial

Descomponer un número en factores primos

Comenzamos a dividir (exacta) el número entre números primos, empezando por el 2 y seguiremos dividiendo por 2 hasta que no se pueda dividir más.

Una vez agotada la división del número anterior se continua dividiendo con el siguiente primo hasta llegar a la unidad.

14. Descomposición Factorial

Descomponer un número en factores primos

Ejemplo: Descomponer el número 630

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

15. Mínimo común múltiplo

m.c.m. el múltiplo más pequeño que es común a 2 o más números

1. Descomponemos todos los números en factores primos.
2. Escogemos los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.
3. Multiplicamos los factores escogidos.

15. Mínimo común múltiplo

Ejemplo m.c.m.(24, 30)

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

30	2
15	3
5	5
1	

$24 = 2^3 \cdot 3$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

Comunes = $2^3 \cdot 3$

No comunes = 5

m.c.m.(24, 30) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5$

m.c.m.(24, 30) = 120

16. Máximo común divisor

M.C.D. el divisor más grande
que es común a 2 o más números

1. Descomponemos todos los números en factores primos.
2. Escogemos los factores primos comunes elevados al menor exponente.
3. Multiplicamos los factores escogidos.

16. Máximo común divisor

Ejemplo M.C.D. (60, 70)

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

70	2
35	5
7	7
1	

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$

Comunes = $2 \cdot 5$

M.C.D.(60, 70) = $2 \cdot 5$

M.C.D.(60, 70) = 10

17. Problemas de M.C.D. y m.c.m.

¿cuándo hay que usar el m.c.m. y cuándo el M.C.D.?

m.c.m.: cuando nos pregunten por “algo que se repite en el tiempo”, por el momento en el que “se vaya a coincidir” o cuándo “se encuentran”.
El resultado será un número mayor o igual a los números dados en el problema.
Ejemplo: Luis y Pedro van a la Laguna a pasear, pero Luis va cada 10 días y Pedro cada 14. ¿Cuándo volverán a encontrarse?
m.c.m.(10, 14) = 70. Sol.: Dentro de 70 días.

M.C.D.: cuando nos pidan “dividir o repartir en partes iguales”, “hacer grupos” o nos pregunten por “el máximo, el mayor, el más grande, el más amplio, …”.
El resultado será un número menor o igual a los números dados en el problema.
Ejemplo: Se tiene que hacer lazos con 2 trozos de cinta, uno de 120 cm y otro de 96 cm. Se desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales pero lo más largos posible, para que los lazos salgan iguales. ¿Cómo de grande serán los trozos de cinta? ¿Cuántos lazos hará?
M.C.D.(120, 96) = 24. Sol.: Los trozos de cinta medirán 24 cm y hará 9 lazos.

18. Fracción

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}} \qquad \frac{9}{13}$$

Ejemplo 1: La ventana está abierta a un cuarto. $\frac{1}{4}$

Ejemplo 2: Reparto 10 caramelos entre 3 amigos. $\frac{10}{3}$

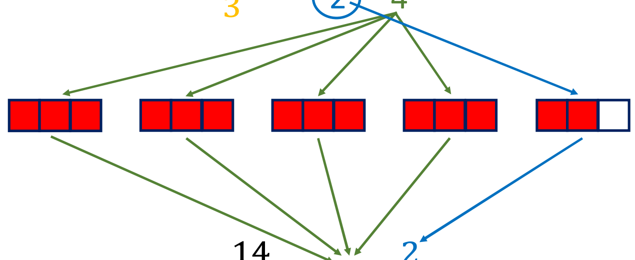
Ejemplo 3: ¾ de la clase (somos 30) lleva polar. $\frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{4}$

Fracción propia: $\frac{a}{b} < 1 \rightarrow$ a < b ej. $\frac{5}{12}$

Fracción impropia: $\frac{a}{b} > 1 \rightarrow$ a > b ej. $\frac{12}{7}$

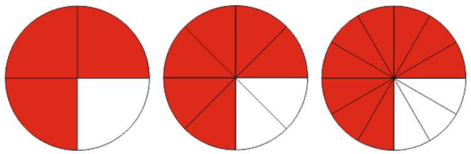
Forma compleja de la fracción impropia

$$\frac{14}{3} \rightarrow \begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \hline 2 & 4 \end{array}$$



$$\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$$

19. Fracción equivalente



$\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{9}{12}$

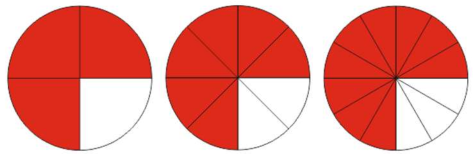
¿Cómo saber si dos fracciones son equivalentes?

$$\frac{a}{b} \; y \; \frac{c}{d}$$

1. Multiplicar en cruz: a·d = b·c

Ejemplo: $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{12}$ = $\frac{6 \cdot 12}{8 \cdot 9}$ = $\frac{72}{72}$ = 1

19. Fracción equivalente



$\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{9}{12}$

¿Cómo saber si dos fracciones son equivalentes?

$$\frac{a}{b} \; y \; \frac{c}{d}$$

2. Reducir a común denominador con el m.c.m.

Ejemplo: $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{12}$

m.c.m.(8,12) = 24 → $\begin{cases} 24:8 = 3 \\ 24:12 = 2 \end{cases}$ $\frac{6 \cdot 3}{24}$ y $\frac{9 \cdot 2}{24}$ = $\frac{18}{24}$ y $\frac{18}{24}$

¿Qué fracción es más grande?

1. Denominadores iguales → $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$

La fracción mayor es la que tiene el mayor numerador

2. Numeradores iguales → $\frac{5}{6}$ y $\frac{5}{3}$

La fracción mayor es la que tiene el menor denominador

3. Ningún número igual → $\frac{3}{8}$ y $\frac{2}{5}$

Hay que pasar las 2 fracciones a común denominador con el m.c.m.

Ejemplo: $\frac{3}{8}$ y $\frac{2}{5}$ m.c.m.(8,5) = 40 → $\begin{cases} 40:8=5 \\ 40:5=8 \end{cases}$ → $\frac{3\cdot 5}{40}$ y $\frac{2\cdot 8}{40} = \frac{15}{40}$ y $\frac{16}{40}$

19.1 Fracción equivalente por amplificación

Se multiplica numerador y denominador por el mismo número

$$\frac{a}{b}\ y\ \frac{a\cdot n}{b\cdot n}\ son\ equivalentes$$

Ejemplo: $\frac{3}{7}$ → $\frac{3\cdot 8}{7\cdot 8} = \frac{24}{56}$

19.2 Fracción equivalente por simplificación

Se divide numerador y denominador por el mismo número

$$\frac{a}{b}\ y\ \frac{a:n}{b:n}\ son\ equivalentes$$

Ejemplo: $\frac{48}{96}$ → $\frac{48:8}{96:8} = \frac{6}{12}$

19.3 Fracción equivalente irreducible

La fracción irreducible es aquella que no tiene otra equivalente por simplificación

Para encontrarla dividiremos numerador y denominador por el M.C.D.

Ejemplo: $\frac{48}{96}$ →

M.C.D.(48,96) = 48 →

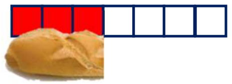
$$\frac{48:48}{96:48} = \frac{1}{2}$$

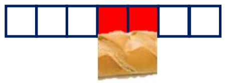
20. Suma de fracciones

20.1 Con el mismo denominador

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

Ejemplo: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$





20. Suma de fracciones

20.2 Con diferente denominador

Convertimos las fracciones a común denominador

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \qquad m.c.m.(b,d) = x$$

$$\frac{a \cdot (x/b)}{x} + \frac{c \cdot (x/d)}{x} = \frac{y}{x} + \frac{z}{x} = \frac{y+z}{x}$$

Ejemplo: $\frac{-7}{15} + \frac{4}{5}$ m.c.m. (15, 5) = 15

$$\frac{-7}{15} + \frac{4}{5} = \frac{-7}{15} + \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{-7 + 12}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

33

21. Multiplicación de fracciones

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo: $\frac{-3}{2} \cdot \frac{4}{-5} = \frac{(-3) \cdot 4}{2 \cdot (-5)} = \frac{-12}{-10} = \frac{6}{5}$

22. División de fracciones

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo: $\frac{-15}{7} : \frac{5}{-2} = \frac{(-15) \cdot (-2)}{7 \cdot 5} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$

34

23. Simplificación de fracciones en la multiplicación o la división

Ejemplo: $\frac{-6}{12} : \frac{13}{24} =$

$$= \frac{-65 \cdot 24}{12 \cdot 13} = \cancel{\frac{-1560}{156}} = \frac{(-1 \cdot 13 \cdot 5) \cdot (2^3 \cdot 3)}{(2^2 \cdot 3) \cdot 13} =$$

$$= \frac{-1 \cdot \cancel{13} \cdot 5 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{13}} = -10$$

35

24. Potencia de Fracciones

24.1. Recordatorio de potencia de entero elevado a nº par

Siempre dará un nº positivo

Ejemplo 1 → $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \cdot 3 = 81$

Ejemplo 2 → $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
$= 4 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-8) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$
$= 16 \cdot (-2) \cdot (-2) = (-32) \cdot (-2) = 64$

36

24. Potencia de Fracciones

24.2. Recordatorio de potencia de entero elevado a nº impar

Si el entero es positivo dará como resultado un nº positivo
Si el entero es negativo dará como resultado un nº negativo

Ejemplo 1 → $5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$= 125 \cdot 5 \cdot 5 = 625 \cdot 5 = 3.125$

Ejemplo 2 → $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$
$= 4 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-8) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 \cdot (-2) = -32$

37

24. Potencias de fracciones

24.3. Potencia de fracciones

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b}}_{\text{n veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$Ejemplo \left(\frac{2}{-5}\right)^3 = \frac{2}{-5} \cdot \frac{2}{-5} \cdot \frac{2}{-5} = \frac{4}{25} \cdot \frac{2}{-5} =$$

$$= \frac{8}{-125} = \frac{-8}{125} = -\frac{8}{125} = -\frac{2^3}{5^3}$$

Si la fracción inicial es irreducible,
el resultado final también lo será

38

25. Raíces cuadradas de fracciones

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$Ejemplo \sqrt{\frac{625}{49}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{49}} = \frac{25}{7}$$

39

26.1. Operaciones combinadas con decimales

Reglas de prioridad:
- 1º Paréntesis y Corchetes
- 2º Potencias y Raíces
- 3º Multiplicaciones y Divisiones
- 4º Sumas y Restas
- 5º Posición de Izquierda a Derecha

$$(0{,}5/0{,}25) - (0{,}25 \cdot 4) - 0,\hat{3} + (2{,}5/6{,}25) - 0,\hat{6} + (2{,}5 \cdot 0{,}24)$$

$$(0{,}5/0{,}25) - (0{,}25 \cdot 4) - 0,\hat{3} + (2{,}5/6{,}25) - 0,\hat{6} + (2{,}5 \cdot 0{,}24)$$

$$2 - 1 - 0,\hat{3} + 0{,}4 - 0,\hat{6} + 0{,}6$$

$$2 - 1 + 0{,}4 + 0{,}6 - 0,\hat{3} - 0,\hat{6}$$

$$2 - 0,\hat{3} - 0,\hat{6}$$

$$2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{3}{3} = 2 - 1 = 1$$

40

26.2. Operaciones combinadas con fracciones

Reglas de prioridad:

1º Paréntesis y Corchetes
2º Potencias y Raíces
3º Multiplicaciones y Divisiones
4º Sumas y Restas
5º Posición de Izquierda a Derecha

$$-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(\frac{7}{4}-1\right):\left(\frac{13}{8}-2\right)\right]$$

$$=-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-\left(\frac{7}{4}-\frac{4}{4}\right):\left(\frac{13}{8}-\frac{16}{8}\right)\right]= -\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-\left(\frac{3}{4}\right):\left(\frac{-3}{8}\right)\right]=$$

$$=-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-\left(\frac{3\cdot 8}{4\cdot(-3)}\right)\right]= -\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-\left(\frac{3\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot(-1)\cdot 3}\right)\right]=$$

$$-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-\left(\frac{2}{-1}\right)\right]=-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[3-\frac{9}{25}-(-2)\right]=-\sqrt{\frac{25}{64}}\left[\frac{75}{25}-\frac{9}{25}+\frac{50}{25}\right]=$$

$$-\sqrt{\frac{25}{64}}\cdot\frac{116}{25}=-\frac{5}{8}\cdot\frac{116}{25}=-\frac{5\cdot 2^2\cdot 29}{2^3\cdot 5^2}=-\frac{\cancel{5}\cdot \cancel{2^2}\cdot 29}{2^{\cancel{3}}\cdot 5^{\cancel{2}}}=-\frac{29}{2\cdot 5}=-\frac{29}{10}$$