PÁGINA 232

EJERCICIOS DE LA UNIDAD

Unidades de volumen

1 Transforma en metros cúbicos:

a) 450 dam^3 | **b) 0,084 hm^3**
c) 0,11 km^3 | **d) 35 840 dm^3**
e) 500 *hl* | **f) 30 000 *l***

a) 450 dam^3 = 450 000 m^3
b) 0,084 hm^3 = 84 000 m^3
c) 0,11 km^3 = 110 000 000 m^3
d) 35 840 dm^3 = 35,84 m^3
e) 500 *hl* = 50 m^3
f) 30 000 *l* = 30 m^3

2 Transforma en litros los siguientes volúmenes:

a) 11 dam^3 350 m^3
b) 0,87 *hl*
c) 0,000094 hm^3
d) 300 000 mm^3

a) 11 dam^3 350 m^3 $\rightarrow$ 11 350 000 *l*
b) 0,87 *hl* $\rightarrow$ 87 *l*
c) 0,000094 hm^3 $\rightarrow$ 94 000 *l*
d) 300 000 mm^3 $\rightarrow$ 0,3 *l*

3 Completa las siguientes igualdades:

a) 0,0013 hm^3 = ... dm^3
b) 0,11 dam^3 = ... cm^3
c) 3 dam^3 11 m^3 743 dm^3 = ... m^3
d) 3 dam^3 11 m^3 743 dm^3 = ... *l*

a) 0,0013 hm^3 = 1 300 000 dm^3
b) 0,11 dam^3 = 110 000 000 cm^3
c) 3 dam^3 11 m^3 743 dm^3 = 3 011,743 m^3
d) 3 dam^3 11 m^3 743 dm^3 = 3 011 743 *l*

4 △△△ **Expresa como suma de unidades de volumen (forma compleja):**

a) 75 427 038 m^3

b) 32,14962 dm^3

c) 0,0000084 km^3

d) 832 000 dam^3

a) 75 427 038 m^3 → 75 hm^3 427 dam^3 38 m^3

b) 32,14962 dm^3 → 32 dm^3 149 cm^3 620 mm^3

c) 0,0000084 km^3 → 8 dam^3 400 m^3

d) 832 000 dam^3 → 832 hm^3

6 △△△ **¿Cuántas botellas de 3/4 *l* se pueden llenar con 0,4 dam^3?**

0,4 dam^3 = 400 000 *l*

$400\,000 : \frac{3}{4} = 533\,333,\widehat{3}$ botellas

Se pueden llenar unas 533 333 botellas.

7 △△△ **Un pantano tiene una capacidad de 0,19 km^3. Si ahora está al 28% de su capacidad, ¿cuántos litros de agua contiene?**

28% de 0,19 km^3 = 0,0532 km^3 = 53 200 000 000 *l*

8 △△△ **La cuenca fluvial cuyas aguas llegan a un pantano es de 62 km^2. En las últimas lluvias han caído 27 *l* por metro cuadrado. Del agua caída, se recoge en el pantano un 43%. ¿Cuántos metros cúbicos de agua se han recogido en el pantano como consecuencia de las lluvias?**

62 km^2 = 62 000 000 m^2

$62\,000\,000 \cdot 27 \cdot \frac{43}{100} = 719\,820\,000\ l = 719\,820\ m^3$

9 △△△ **¿Cuál es la masa de 0,0843 dam^3 de agua?**

0,0843 dam^3 = 84 300 *l*

Su masa es de 84 300 kg.

10 △△△ **Un depósito vacío pesa 27 kg y lleno de aceite 625,5 kg. ¿Qué volumen de aceite contiene? La densidad de ese aceite es 0,95 kg/dm^3.**

625,5 – 27 = 598,5 kg de aceite

598,5 : 0,95 = 630 *l* de aceite

11 △△△ **Efectúa las operaciones siguientes y expresa el resultado en hectolitros:**

a) $0,46 \text{ dam}^3 + 47 \text{ m}^3 + 5\,833 \text{ m}^3$

b) $0,00084 \text{ km}^3 + 0,31 \text{ hm}^3 + 33 \text{ dam}^3$

c) $0,413 \text{ dam}^3 - 315 \text{ m}^3\ 800 \text{ dm}^3$

d) $2\,300 \text{ m}^3 : 25$

a) $0,46 \text{ dam}^3 + 47 \text{ m}^3 + 5\,833 \text{ m}^3 = 460 \text{ m}^3 + 47 \text{ m}^3 + 5\,833 \text{ m}^3 = 6\,340 \text{ m}^3 =$
$= 6\,340\ kl = 63\,400\ hl$

b) $0,00084 \text{ km}^3 + 0,31 \text{ hm}^3 + 33 \text{ dam}^3 = 840 \text{ dam}^3 + 310 \text{ dam}^3 + 33 \text{ dam}^3 =$
$= 1\,183 \text{ dam}^3 = 11\,830\,000\ hl$

c) $0,413 \text{ dam}^3 - 315 \text{ m}^3\ 800 \text{ dm}^3 = 413\,000 \text{ dm}^3 - 315\,800 \text{ dm}^3 = 97\,200 \text{ dm}^3 =$
$= 972\ hl$

d) $2\,300 \text{ m}^3 : 25 = 92 \text{ m}^3 = 92\ kl = 920\ hl$

12 △△△ **Completa estas igualdades:**

a) $1 \text{ hm}^3 =$ .... hl

b) $1 \text{ dam}^3 =$ .... dal

c) $1 \text{ m}^3 =$ l

d) $1 \text{ dm}^3 =$ .... dl

e) $1 \text{ cm}^3 =$ cl

f) $1 \text{ mm}^3 =$ .... ml

a) $1 \text{ hm}^3 = 10\,000\,000\ hl$

b) $1 \text{ dam}^3 = 100\,000\ dal$

c) $1 \text{ m}^3 = 1\,000\ l$

d) $1 \text{ dm}^3 = 10\ dl$

e) $1 \text{ cm}^3 = 0,1\ cl$

f) $1 \text{ mm}^3 = 0,001\ ml$

13 △△△ **Estimación de volúmenes "a ojo"**

Para cada uno de los recipientes que se citan a continuación se dan tres volúmenes. Solo uno de ellos es razonable. Di, en cada caso, cuál es:

a) Volumen de un pantano:

$11 \text{ hm}^3; \quad 387\,000\ l; \quad 4\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$

b) Un depósito de agua en una vivienda:

$2 \text{ dam}^3; \quad 0,8 \text{ m}^3; \quad 45\,000\ l$

c) Un vaso normal:

2 dm^3; 0,2 dm^3; 0,02 dm^3

d) Una cuchara de café:

8 *dl*; 8 cm^3; 8 mm^3

e) Una habitación:

1 dam^3; 300 *l*; 30 m^3

f) El cajón de una mesa:

0,3 m^3; 30 dm^3; 3 000 cm^3

a) 11 hm^3 (un pantano pequeño)

b) 0,8 m^3 = 800 *l*

c) 0,2 dm^3 = 1/5 *l*

d) 8 cm^3 = 0,008 *l*

e) 30 m^3

f) 30 dm^3

PÁGINA 233

CÁLCULO DE VOLÚMENES

14 ▲△△ **Calcula el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 3 cm × 5 cm × 11 cm.**

$V = 3 \cdot 5 \cdot 11 = 165 \text{ cm}^3$

15 ▲△△ **¿Cuál es el volumen de un cubo de 12 cm de arista?**

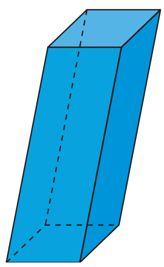
$V = 123 = 1\,728 \text{ cm}^3$

16 ▲△△ **La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 11,3 cm y 6,8 cm. La altura del prisma es de 2 dm. Halla su volumen.**

$$A_{base} = \frac{11{,}3 \cdot 6{,}8}{2} = 38{,}42 \text{ cm}^2$$

$$V = 38{,}42 \cdot 20 = 768{,}4 \text{ cm}^3$$

17 ▲△△ **Un paralelepípedo tiene unas bases en forma de rombo cuyas diagonales miden 7 dm y 4 dm. La altura del paralelepípedo es de 1,2 m. Halla su volumen.**



$$V = \frac{7 \cdot 4}{2} \cdot 12 = 168 \text{ dm}^3$$

18 △△△ **Halla el volumen de un cilindro de 10 dm de radio de la base y 20 dm de altura.**

$V = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 6\,280 \text{ dm}^3$

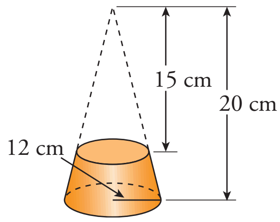
19 △△△ **Halla el volumen de una esfera de 25 cm de radio.**

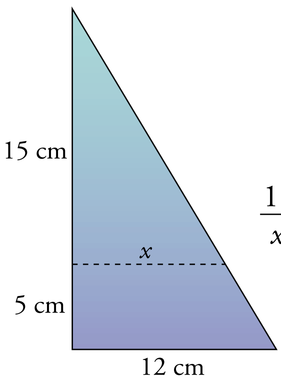
$V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 25^3 = 65\,416{,}67 \text{ cm}^3$

20 △△△ **Halla el volumen de un cono de 6 dm de radio de la base y 15 cm de altura.**

$V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 60^2 \cdot 15 = 56\,520 \text{ cm}^3$

21 △△△ **Halla el volumen del siguiente tronco de cono:**

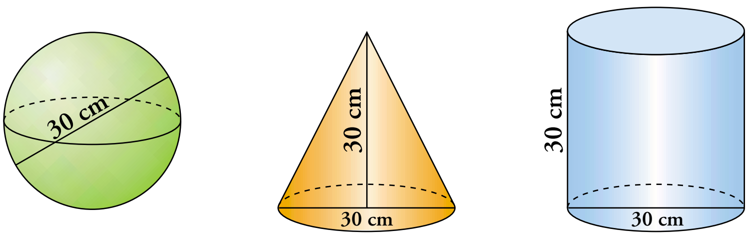




$\dfrac{15}{x} = \dfrac{20}{12} \rightarrow x = 9 \text{ cm}$

$V = \dfrac{1}{3}(\pi \cdot 12^2 \cdot 20 - \pi \cdot 9^2 \cdot 15) = 1\,742{,}7 \text{ cm}^3$

22 △△△ **Comprueba que el volumen del cilindro es igual a la suma de los volúmenes de la esfera y el cono:**



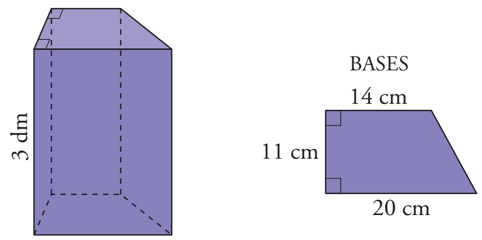
$V_{esfera} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ cm}^3$ $\qquad V_{cono} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 15^2 \cdot 30 = 7\,065 \text{ cm}^3$

$V_{cilindro} = \pi \cdot 15^2 \cdot 30 = 21\,195 \text{ cm}^3$

$V_{esfera} + V_{cono} = 21\,195 \text{ cm}^3 = V_{cilindro}$

Halla el volumen de las siguientes figuras:

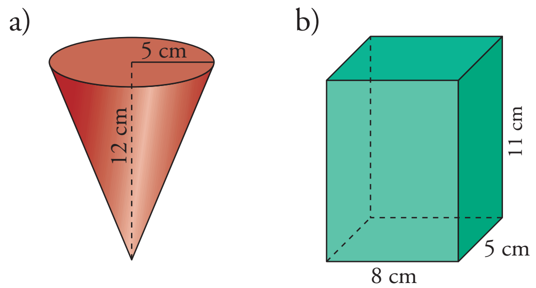
23



$$A_{base} = \frac{(14 + 20) \cdot 11}{2} = 187 \text{ cm}^2$$

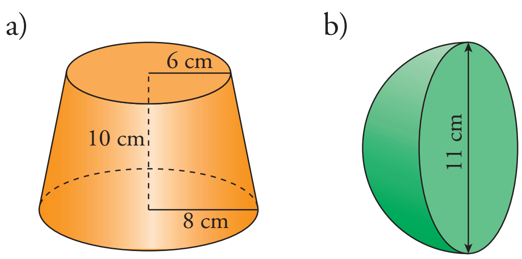
$$V = 187 \cdot 30 = 5\,610 \text{ cm}^3$$

24

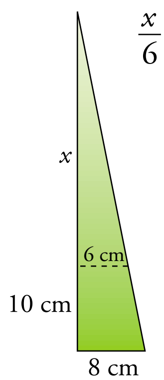


a) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 314 \text{ cm}^3$ b) $V = 8 \cdot 5 \cdot 11 = 440 \text{ cm}^3$

25



a)



$$\frac{x}{6} = \frac{x + 10}{8} \to 8x = 6x + 60 \to 2x = 60 \to x = 30 \text{ cm}$$

$$V_{cono\ grande} = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 40 = 2\,679{,}47 \text{ cm}^3$$

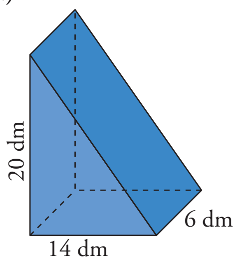
$$V_{cono\ pequeño} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 30 = 1\,130{,}4 \text{ cm}^3$$

$$V_{tronco\ de\ cono} = 2\,679{,}47 - 1\,130{,}4 = 1\,549{,}07 \text{ cm}^3$$

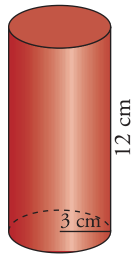
b) $V = \dfrac{(4/3)\pi \cdot 5{,}5^3}{2} = 348{,}28 \text{ cm}^3$

26 ▲△△

a)



b)

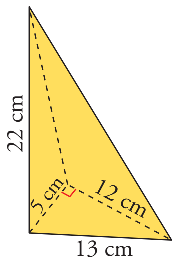


a) $V = \dfrac{20 \cdot 14 \cdot 6}{2} = 840 \text{ dm}^3$

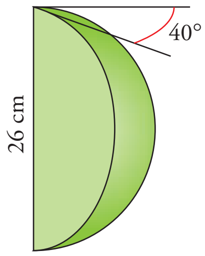
b) $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 339{,}12 \text{ cm}^3$

27 ▲△△

a)



b)



a) $V = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{12 \cdot 5}{2} \cdot 22\right) = 220 \text{ cm}^3$

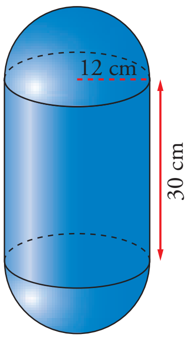
b) $\dfrac{360°}{9} = 40°$

$V = \dfrac{1}{9} \cdot \dfrac{4}{3}\pi \cdot 13^3 = 1\,022{,}01 \text{ cm}^3$

PÁGINA 234

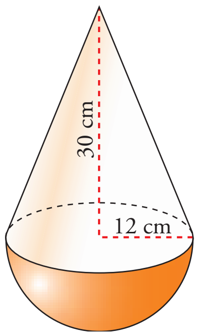
Teniendo en cuenta las medidas señaladas, halla el volumen de las siguientes figuras:

28 ▲▲△



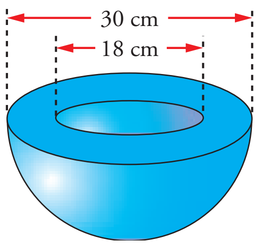
$V = \pi \cdot 12^2 \cdot 30 + \dfrac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 20\,799{,}36 \text{ cm}^3$

29



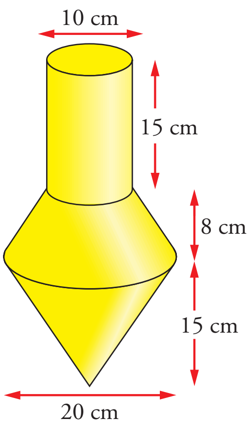
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 8\,138{,}88 \text{ cm}^3$$

30



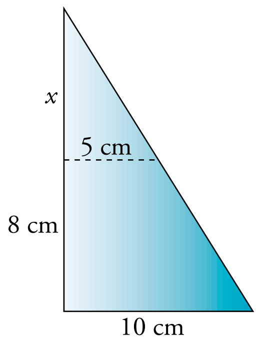
$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 15^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 9^3 = 7\,065 - 1\,526{,}04 = 5\,538{,}96 \text{ cm}^3$$

31



$$V_{cilindro} = \pi \cdot 5^2 \cdot 15 = 1\,177{,}5 \text{ cm}^3$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2 \cdot 15 = 1\,570 \text{ cm}^3$$



$$\frac{x}{5} = \frac{x+8}{10} \rightarrow 10x = 5x + 40 \rightarrow 5x = 40 \rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

$$V_{tronco\ de\ cono} = \frac{1}{3}(\pi \cdot 10^2 \cdot 16 - \pi \cdot 5^2 \cdot 8) = 1\,465{,}3 \text{ cm}^3$$

$$V_{total} = 1\,177{,}5 + 1\,570 + 1\,465{,}3 = 4\,212{,}8 \text{ cm}^3$$

PROBLEMAS

32 △△△ **Halla el volumen de una habitación que mide 6 m × 3,8 m × 2,6 m. ¿Cuántas duchas podrías darte con el agua que cabe en la habitación suponiendo que gastas 120 *l* de agua en cada ducha?**

$V = 6 \cdot 3{,}8 \cdot 2{,}6 = 59{,}28 \text{ m}^3$

$59{,}28 \text{ m}^3 = 59\,280 \text{ dm}^3 = 59\,280 \ l$

$59\,280 : 120 = 494$

Se podría dar 494 duchas.

33 △△△ **Un aljibe de base rectangular de 6,4 m × 3,8 m tiene una profundidad de 4,8 m y está lleno hasta los 3/4 de su volumen. Se sacan 340 hectolitros. ¿Qué altura alcanzará el agua?**

$V_{aljibe} = 6{,}4 \cdot 3{,}8 \cdot 4{,}8 = 116{,}736 \text{ m}^3$

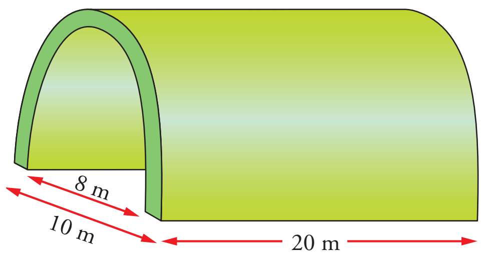
$\frac{3}{4} V = \frac{3}{4} 116{,}736 = 87{,}552 \text{ m}^3 = 87{,}552 \ kl = 875{,}52 \ hl$

$875{,}52 \ hl - 340 \ hl = 535{,}52 \ hl = 53{,}552 \text{ m}^3$

$V_{agua} = 53{,}552 \text{ m}^3 = 6{,}4 \cdot 3{,}8 \cdot h \ \rightarrow \ h = \frac{53{,}552}{6{,}4 \cdot 3{,}8} = 2{,}202 \text{ m}$

El agua alcanzará una altura de 2,202 m.

34 △△△ **Calcula el volumen de hormigón que se ha necesitado para hacer este túnel:**



$V_{cilindro\ grande} = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 1\,570 \text{ m}^3$

$V_{cilindro\ pequeño} = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 1\,004{,}8 \text{ m}^3$

$V_{hormigón} = \frac{1\,570 - 1\,004{,}8}{2} = 282{,}6 \text{ m}^3$

35 △△△ **Para medir el volumen de una piedra pequeña procedemos del siguiente modo: en una vasija cilíndrica echamos agua hasta la mitad, aproximadamente. Sumergimos la piedra y sube el nivel 22 mm. ¿Cuál es el volumen de la piedra?**

DATOS DE LA VASIJA: **Diámetro exterior: 9 cm**

Diámetro interior: 8,4 cm

Altura: 15 cm

(Usa solo los datos que necesites).

Radio interior = 4,2 cm

$V_{piedra} = \pi \cdot 4{,}2^2 \cdot 2{,}2 = 121{,}86 \text{ cm}^3$

36 △△△ **Con una barra cilíndrica de oro de 15 cm de larga y 5 mm de diámetro se fabrica un hilo de 1/4 mm de diámetro.**

¿Cuál es la longitud del hilo?

Radio del hilo = $\frac{1}{8}$ mm = 0,125 mm

Radio de la barra = 2,5 mm

Largo de la barra = 15 cm = 150 mm

$\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 150 = \pi \cdot 0{,}125^2 \cdot l$

(donde l es la longitud del hilo)

$$l = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 150}{\pi \cdot 0{,}125^2} = \frac{2{,}5^2 \cdot 150}{0{,}125^2} = 60\,000 \text{ mm} = 60 \text{ m}$$

37 △△△ **Un sótano cuya superficie es de 208 m² se ha inundado. El agua llega a 1,65 m de altura. Se extrae el agua con una bomba que saca 6 *hl* por minuto.**

¿Cuánto tiempo tardará en vaciarlo?

Volumen de agua = $208 \cdot 1{,}65 = 342{,}2 \text{ m}^3 = 3\,422$ *hl*

3 422 : 6 = 572 minutos = 9 h 32 min

La bomba tardará en vaciar el sótano 9 h 32 min.

38 △△△ **Una pared debe tener 7,5 m × 5,6 m y un grosor de 30 cm.**

¿Cuántos ladrillos de 15 cm × 10 cm × 6 cm serán necesarios si en su construcción el cemento ocupa un 15% del volumen?

Volumen de la pared = $7{,}5 \cdot 5{,}6 \cdot 0{,}3 = 12{,}6 \text{ m}^3$

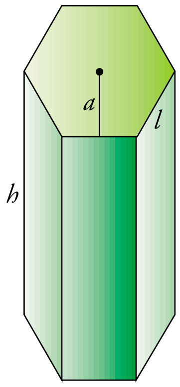
Volumen de la pared sin cemento = $12{,}6 \cdot 0{,}85 = 10{,}71 \text{ m}^3$

Volumen de un ladrillo = $0{,}15 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}06 = 0{,}0009$ m^3

Número de ladrillos = $\dfrac{10{,}71}{0{,}0009} = 11\,900$

39 **Una columna de basalto tiene forma de prisma hexagonal regular. El lado de la base mide 15 cm. La altura de la columna es de 2,95 m.**

Halla su peso sabiendo que 1 m^3 de basalto pesa 2 845 kg.



$l = 15$ cm

$h = 2{,}95$ m

$a = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = 13$ cm

$A_{base} = \dfrac{6 \cdot 15 \cdot 13}{2} = 585$ cm^2

Volumen = $585 \cdot 295 = 172\,575$ cm^3 = $0{,}172575$ m^3

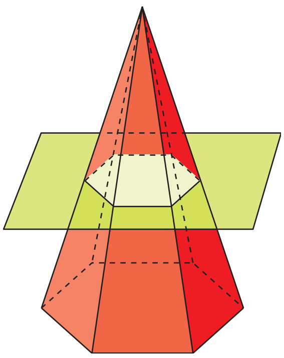
Peso = $0{,}172575 \cdot 2\,845 = 491$ kg

PÁGINA 235

40 **La base de una pirámide regular es un hexágono de 15 cm de lado. Su altura es de 30 cm. Halla su volumen.**

Partimos esta pirámide por un plano paralelo a la base que corta a la altura en la mitad.

Halla el volumen de cada una de las dos partes resultantes.



- Volumen de la pirámide entera:

$a = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = 13$ cm

Volumen = $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{6 \cdot 15 \cdot 13}{2} \cdot 30 = 5\,850$ cm^3

- Volumen de la pirámide y del tronco de pirámide resultantes:

La base de la pirámide inicial y la base de la pirámide pequeña generada por el plano son semejantes (método de proyecciones). Por tanto, sus lados serán proporcionales.

La pirámide pequeña será una pirámide de altura $\frac{30}{2}$ cm, lado de la base $\frac{15}{2}$ cm y apotema $\frac{13}{2}$ cm.

Volumen de la pirámide pequeña:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 15/2 \cdot 13/2}{2} \cdot \frac{30}{2} = \frac{5\,850}{8} = 731{,}25 \text{ cm}^3$$

Volumen del tronco de cono = 5 850 – 731,25 = 5 118,75 cm^3

41 **Para medir el volumen de una piedra más grande que la del ejercicio 35, depositamos el mismo recipiente lleno de agua dentro de una gran fuente cilíndrica vacía. Echamos la piedra dentro de la vasija y el agua derramada sube 2,3 cm.**

Halla el volumen de esta otra piedra sabiendo que el diámetro interior de la fuente es de 24 cm.

Diámetro exterior de la vasija = 9 cm → *radio* = 4,5 cm

Diámetro interior de la fuente = 24 cm → *radio* = 12 cm

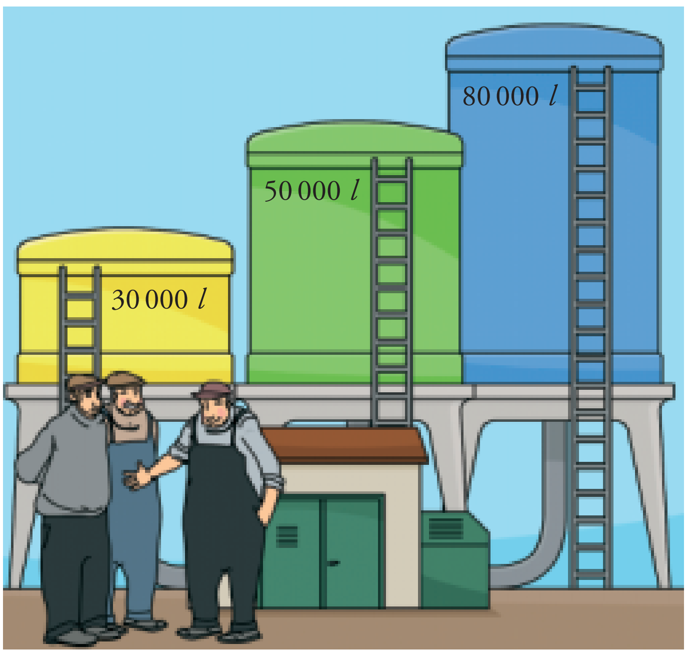
Volumen de la base (diferencia de círculos) = $\pi \cdot 12^2 - \pi \cdot 4{,}5^2 = 388{,}6$ cm^2

Volumen del agua = $388{,}6 \cdot 2{,}3 = 893{,}78$ cm^3

El volumen de la piedra es de 893,78 cm^3.

PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

42



Luis, Lucio y Leo quieren regar sus campos con el agua del depósito grande (los otros dos están vacíos). Han acordado que Luis se llevará el 50%, Lucio el 25% y Leo el resto. Por supuesto, tienen bombas para trasegar agua, pero no disponen de medidas. Solo saben la capacidad de los tres depósitos. ¿Cómo lo harán?

En el momento que se sepa la cantidad que corresponde a alguno de ellos, esta puede verterse al campo correspondiente.

Luis se llevará el 50% $\to$ 40 000 *l*

Lucio se llevará el 25% $\to$ 20 000 *l*

Leo se llevará el 25% $\to$ 20 000 *l*

Llamamos *A* al depósito de 30 000 l, *B* al de 50 000 *l* y *C* al de 80 000 *l*.

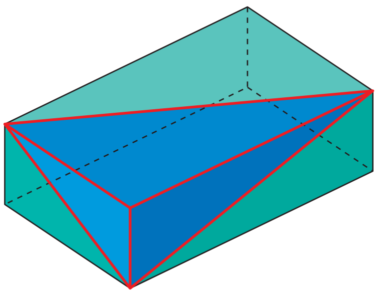
Se trasvasan 50 000 *l* del depósito *C* al *B* y, a continuación, 30 000 *l* del *B* al *A*. Así, tendrán 20 000 *l* en *B*, con los que puede regar, por ejemplo, Lucio.

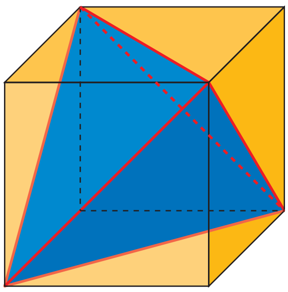
Ahora tienen 30 000 l en *C* y 30 000 en *A*. Se pasan los 30 000 *l* de *A* a *B* y 20 000 *l* de *C* a *B*. Ahora en *A* no hay nada, en *B* hay 50 000 *l* y en *C* hay 10 000 *l*.

Se pasan 30 000 litros de *B* a *A*, con lo que vuelven a tener 20 000 *l* en *B*, los que le corresponden a Leo.

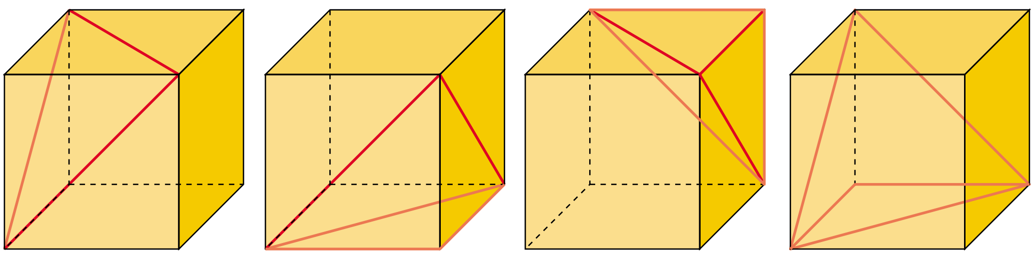
Y luis ya tiene sus 40 000 litros, los 30 000 de *A* y los 10 000 de *C*.

43 **¿Qué porción de la caja ocupa cada uno de los siguientes tetraedros?**





Para formar el tetraedro marcado en la caja cúbica, hay que eliminar del cubo estos cuatro cuerpos marcados en rojo:



Cada uno de ellos es una pirámide de base triangular.

Si el cubo tiene arista a, la base de la pirámide tiene área $\frac{a^2}{2}$ y su altura es a.

Su volumen, por tanto, es:

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{1}{6} a^3$$

El volumen del tetraedro será entonces:

$$V_{tetraedro} = a^3 - 4 \cdot \frac{1}{6} a^3 = a^3 - \frac{2}{3} a^3 = \frac{1}{3} a^3$$

Es decir, $\frac{1}{3}$ del volumen de la caja cúbica.