



Boletín de Actividades (I) LOS NÚMEROS REALES. POTENCIAS, RADICALES Y LOGARITMOS

1. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales. Aquellos que sean racionales, escríbelos en forma de fracción: $\frac{\phi}{2}$, $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$, $2^{1/3}$, $3 \cdot \pi$, $2.\overline{32}$, $0.0\overline{57}$, $\sqrt{4.3}$, $14,735$.

2. Explica si las siguientes frases son verdaderas o falsas: a) algún número decimal no puede escribirse en forma de fracción; b) todo número entero es racional; c) ningún número decimal es racional; d) algún número real es decimal no periódico e infinito.

3. Responde a estas cuestiones: a) escribe un número racional y otro irracional comprendidos entre $2.\overline{5}$ y $2.5\overline{6}$; b) ¿Cuántos números racionales hay entre $0.\overline{3}$ y $0.\overline{4}$? Pon ejemplo y razona tu respuesta.

4. Realiza las siguientes operaciones con números racionales:

$$a) \left[\frac{\left(\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{4} + \frac{1}{6}\right)^{-1} - \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)} \right]^{-1} =$$

$$b) \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{4} - \frac{3}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}} =$$

5. Un depósito de riego tiene una capacidad de 24000 litros. Un día se consumen $\frac{2}{3}$ del depósito, al día siguiente no se riega y el depósito recupera $\frac{1}{3}$ de su capacidad. Al día siguiente se consumen 6000 litros. Si inicialmente el depósito contenía 18000 litros. ¿Qué fracción del total queda el último día?

6. Los siguientes conjuntos de números están dados por comprensión. Representalos sobre la recta real y también en forma de intervalos: a) $\{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 5\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\}$; c) $\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq x < -3\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} / -6.5 < x\}$

7. Dados los intervalos $A = [-2, 0]$, $B = (-1, 3)$ y $C = [0, 4]$, determina los siguientes conjuntos de la recta real: a) $A \cup B$; b) $A \cap B \cap C$; c) $(A \cap B) \cup C$.

8. Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

$$a) \left(\frac{1}{5} - 2\right)^{-2} = ;$$

$$b) \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^7}{\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2} =$$

$$c) \left[2 + \frac{1}{2} \left[4^2 - \frac{2}{3} \cdot (3^2 + 3) \right]^2 \right]^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2} =$$

$$d) \frac{2^2}{2^{-1}} \cdot \left(\frac{2^3 \cdot (-2)^6}{2^5 \cdot 2^{-2}}\right)^2 =$$

$$e) \left(\frac{a^2 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a^3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot a^2}\right)^2 =$$

$$f) \frac{\frac{3^2 \cdot 2^{-1}}{3^6 \cdot 2^{-2} \cdot 3} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^{-2} \cdot 4}{2^{-1} \cdot 2^4 \cdot 6^{-2}}}{\frac{2^7 \cdot 3^2 \cdot 18}{3^{-2} \cdot 2^4 \cdot 16} \cdot \frac{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 36}{2^4 \cdot 18}} =$$

9. Resuelve las siguientes operaciones (sin calculadora) y expresa su resultado en notación científica:

$$a. 0.1 \cdot 10^{-14} + 9.9 \cdot 10^{-14} =$$

$$b. 2.1 \cdot 10^{-18} - 0.9 \cdot 10^{-18} =$$

$$c. 0.9 \cdot 10^{-9} \times 2.1 \cdot 10^{-9} =$$

$$d. 0.9 \cdot 10^{-4} : 2.1 \cdot 10^{-9} =$$



10. Expresa como potencia única los siguientes radicales: a) $\sqrt[3]{a^4 \sqrt{a^3}}$; b) $81^{1/4} \cdot \sqrt[6]{9} \cdot \frac{1}{\sqrt{27}}$; c) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{9}}$.

11. Simplifica los siguientes radicales: a) $\sqrt[8]{81m^6}$; b) $\left(\sqrt[3]{x^2 y^6}\right)^{1/2}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8x^2 y^4 z^5}{81a^4 b}}$; d) $\sqrt[3]{a^2 \sqrt[4]{a^7}}$

12. Calcula el valor de a para que las siguientes raíces sean exactas: a) $\sqrt{9 \cdot a \cdot 2 \cdot 5^3}$; b) $\sqrt{25 \cdot a \cdot 27}$

13. Extrae factores del radical: a) $\sqrt{\frac{27}{4}}$; b) $\sqrt[5]{\frac{5 \cdot x^{10}}{y^8}}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8 \cdot x^4 \cdot y^{32}}{n^6}}$

14. Introduce dentro del radical: a) $\frac{ab^2}{c} \sqrt[3]{\frac{2c^2}{b}}$; b) $\sqrt[3]{bc^2} \sqrt{\frac{a}{c}}$; c) $-2ab \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{4a}}$

15. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| a) $\sqrt{3ab} \cdot \sqrt[3]{2ab^2}$ | f) $4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$ | k) $(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})$ | r) $\sqrt{13 + 2\sqrt{12}} \cdot \sqrt{13 - 2\sqrt{12}}$ |
| b) $\sqrt{\frac{4ab^2}{cd}} \cdot \sqrt[4]{\frac{bcd^2}{2a}}$ | g) $\sqrt{125} - \sqrt{\frac{5}{4}} + 2\sqrt{\frac{45}{9}} - 2\sqrt{5}$ | l) $(2\sqrt{8} + 3) \cdot (3\sqrt{2} - 1)$ | s) $\frac{4\sqrt{18} - 20\sqrt{50} + \sqrt{32}}{2\sqrt{2}}$ |
| c) $\frac{\sqrt[4]{2a^2 b}}{\sqrt{2a}}$ | h) $\frac{1}{2}\sqrt{45} - \sqrt{10} + \frac{2}{3}\sqrt{180} - \sqrt{80}$ | m) $(4\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + 2\sqrt{y})$ | t) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}}\right)^2$ |
| d) $\frac{\sqrt{3a^2 b}}{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[6]{3bc}}$ | i) $\sqrt{27} - \frac{2}{3}\sqrt{48} + \frac{4}{5}\sqrt{75} - \frac{3}{8}\sqrt{12}$ | n) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$ | u) $\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{x^3}}{y^2}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}}}$ |
| e) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$ | j) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$ | o) $\sqrt{12} \cdot (\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{6})$ | |
| | | p) $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}$ | |
| | | q) $\sqrt{5 + \sqrt{7 + \sqrt{81}}}$ | |

16. Racionaliza:

- a) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}}$; b) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{3}{\sqrt[5]{2^3}}$; d) $\frac{18}{12\sqrt{3^5}}$; e) $\frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$; f) $\frac{8}{6 + 2\sqrt{5}}$; g) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$; h) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2}}$; i) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$
- j) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}$; k) $\frac{4}{\sqrt[3]{3} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})}$.

17. Realiza las siguientes operaciones: a) Simplifica y expresa en forma de radical $\frac{2^3 \cdot 8^{\frac{2}{5}}}{0.5^2 \cdot 4^{\frac{5}{6}}}$; b) Calcula por

descomposición factorial: $\sqrt{122500}$; c) Escribe sin exponente fraccionario ni negativo la potencia: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{3}{4}}$.

18. Determina sin calculadora los siguientes logaritmos: a) $\log_5 125$; b) $\log 0.1$; c) $\log_2 \frac{1}{32}$; d) $\log 1$.

19. Con calculadora determina: a) $\log_5 100 - \log_5 4$; b) $\log_3 \left(\frac{81}{4}\right) + \log_3 4$; c) $\log_2 72 - \log_2 9$

20. Expresa en un solo logaritmo: a) $\frac{1}{2} \log_2 (x+1) - \frac{1}{2} \log_2 (x-1)$ b) $4 \cdot (\log_3 2x + \log_3 x) - 2 \cdot (\log_3 2x^3 - \log_3 x^2)$

21. Si $\log 3 = 0.477$, $\log 5 = 0.699$ y $\log 7 = 0.845$, determina: a) $\log 45$; b) $\log 200$; c) $\log_3 10$; d) $\log_3 7$; e) $\log \sqrt[3]{81}$.