



Boletín de Actividades (II) LOS POLINOMIOS Y LAS FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. CUESTIONES:

- a) Aclara con un ejemplo si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: *el grado de la suma de dos polinomios de grado cuatro puede ser menor que cuatro.*
- b) ¿Cuántos términos tiene un polinomio completo de grado ocho?
- c) Si $P(x) = 5x^2 - 3x + 6$, determina $P(x+1)$ y calcula $P(x+1) - P(x)$.
- d) Expresa como cuadrado o producto de dos binomios los siguientes polinomios: (i) $x^2 - 6x + 9$; (ii) $\frac{x^2}{4} - x + 1$; (iii) $49 - 4x^2$.
- e) Desarrolla las siguientes operaciones notables: (i) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2$; (ii) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2$; (iii) $\left(2x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{1}{3}\right)$.

2. Dados los polinomios $P(x) = x^2 + x + 3$; $Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1$ y $R(x) = 1 - 2x$, calcula:

- a) $Q(x) - P(x) \cdot R(x)$; b) $[P(x)]^2$; c) $[R(x)]^3$.

3. Expresa el resultado de la siguiente división en la forma $\frac{D}{d} = C + \frac{r}{d} : \frac{2 + 3x^3 + 4x^2 - 5x}{x + 2}$.

4. Calcula el valor numérico de $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ para los valores: a) $x = 2$; b) $x = 0$; c) $x = 2$. ¿Es alguno de estos valores una raíz P(x)?

5. Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones, aplicando Ruffini:

- a) $(x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 11x + 2) : (x + 2)$
- b) $(x^6 + x^4 + 2x^3 - 4x + 3) : (x - 1)$

6. Averigua si la división $(x^{99} - 1) : (x + 1)$ es exacta. ¿Y la división $(x^{86} - 1) : (x + 1)$?

7. Utilizando el teorema del resto, calcula el valor de a para que al dividir el polinomio $3x^3 + 4x^2 + ax + 2$ entre $x + 2$ dé de resto 4.

8. Calcula, sin realizar la división, el resto de: $(2x^4 - 3x^2 + x - 1) : (x - 2)$.

9. Factoriza los siguientes polinomios. Utiliza Ruffini cuando sea estrictamente necesario:

- a) $A(x) = 20 + 20x + 5x^2$
- b) $B(x) = x^4 + 2x^2 - 3$
- c) $C(x) = 2x^3 - x^2 - 61x - 30$
- d) $D(x) = 2x^4 - 32$
- e) $E(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$
- f) $F(x) = 81x - x^5$

10. Calcula las raíces de los polinomios: a) $G(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$; b) $H(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$.

11. Halla el MCD y el mcm de:

- a) $x^3 + 3x^2 - 4$; $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$; $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
- b) $4x^4 + 16x^3 - 8x^2 - 48x + 36$; $x^3 + 7x^2 + 16x + 12$; $2x^3 + 8x^2 + 2x - 12$.

12. CUESTIONES:

- a) Escribe un polinomio cuyas raíces sean 1, 2 y 3. ¿Cuántos polinomios podrías encontrar?
- b) Escribe un polinomio cuyas raíces sean 0 y 1 raíz doble.
- c) Escribe un polinomio cuyas raíces sean 0 raíz doble y -1 raíz triple.
- d) Halla un polinomio de primer grado sabiendo que su raíz es -2 y toma valor 5 para $x = 3$.
- e) Sin hacer la división halla el valor que ha de tener m para el resto de dividir $x^5 + 4x^3 + mx^2 + 36$ por $x + 3$ sea 54.



f) Escribe un polinomio de segundo grado con todos sus coeficientes enteros tenga $1/2$ como única raíz real.

g) Calcula el valor que debe tomar a para que $P(x) = x^3 - 6x^2 + 2ax - 1$ tenga de resto 0, al dividirlo por $Q(x) = x - 6$.

13. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$; b) $\frac{4x^2 - x^4}{2x^2 - 8x + 8}$; c) $\frac{2y^2 - 3y - 2}{y^3 - 8}$; d) $\frac{4ab + 4a}{2ab + 2a - 4cb - 4c}$.

14. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

a) $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+2} - \frac{5x}{x^2-4}$ b) $\frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{3x-1}{x^2-1}$ c) $\frac{x^2-1}{x+2} + \frac{3x-3}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+5x+6}$

15. Realiza las siguientes operaciones combinadas y simplifica el resultado:

a) $\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x+5}{x-5}}$ b) $\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}}$ c) $\left(\frac{1}{\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{2x-1}} - x \right)^3$

d) $\frac{x+2}{x+3} : \left(-1 + \frac{1}{x+3} \right) - \frac{x+2}{x+1} : \left(1 + \frac{1}{x+1} \right) + \frac{x+1}{x}$ e) $\frac{2x-2x^2}{(x+1)^2} - \left(\frac{x^2+3x+2}{(x-1)^2} - \frac{x^2-x+1}{x-1} \right)$
 $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} + \frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2}$

16. Calcula A, B y C para que se satisfagan las siguientes igualdades:

a) $\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} = \frac{-x}{x^2+5x+6}$ b) $\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+1} = \frac{5x+14}{x^3+x^2-4x-4}$.