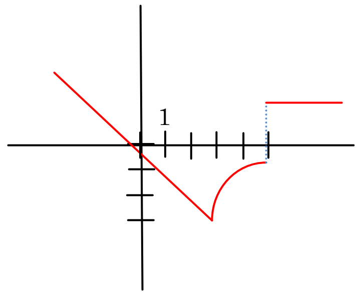
## Boletín de Actividades (VI)
## FUNCIONES

1. Di cuáles de las siguientes relaciones corresponden a funciones y cuáles no, razonando tu respuesta: (a) el tamaño de un lienzo y la cantidad de pintura necesaria para pintarlo; (b) cada alumno de una clase y el día de su cumpleaños; (c) la fuerza que se ejerce sobre un muelle y lo que se estira.

2. Determina el dominio de las siguientes funciones: (a) $f(x)=\sqrt{2x-7}$; (b) $g(x)=\sqrt{x^2-9}$; (c) $h(x)=\dfrac{1-x}{x^2-x-6}$; (d) $i(x)=\sqrt{x^2-x-6}$.

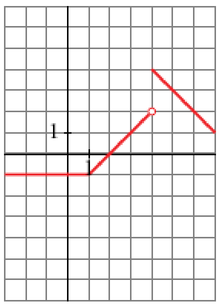
3. Representa gráficamente la función $f(x)=\begin{cases}4-x & si \quad x\le 4\\ x-4 & si \quad x>4\end{cases}$. Se pide: (a) estudia su continuidad; (b) su monotonía; (c) sus máximos y/o mínimos.

4. Indica si estas funciones presentan algún tipo de simetría, sin dibujarlas: (a) $f(x)=x^2+5$; (b) $g(x)=3x^3$; (c) $h(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$.




5. Realiza un estudio completo de la función que se ha representado a la derecha.

6. Determina la ecuación de la recta en cada uno de los siguientes casos: (a) pasa por los puntos A(1,2) y B(4,4); (b) su pendiente es -2/3 y pasa por el punto C(-1,2); (c) es paralela a $2x-y+4=0$ y pasa por el punto D(-3,2).




7. Como sabes, en toda recta $y=mx+n$, la pendiente $m$, es igual a la tangente trigonométrica del ángulo α que forma dicha recta con el eje de las abcisas, llamado inclinación. Calcula la inclinación que forma la recta $y=x-2$ con el eje OX.

8. Halla la expresión analítica de la función que se representa a la izquierda.

9. Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15 € por cada hora de trabajo. Se pide: (a) la expresión analítica que relaciona el coste con el tiempo de trabajo; (b) realiza la gráfica correspondiente; (c) si ha cobrado por una reparación 70.50 €, ¿qué tiempo ha invertido en la reparación?

10. Mientras ascendíamos por una montaña, medimos la temperatura y obtuvimos los datos de esta tabla:

| Altura (m) | 0 | 360 | 720 | 990 |
|---|---|---|---|---|
| Temperatura (ºC) | 10 | 8 | 6 | 4.5 |

Se pide: (a) representa la función altura-temperatura y encuentra su expresión analítica; (b) ¿a partir de qué altura la temperatura es menor que 0 ºC?

11. Dibuja las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas: (a) $f(x)=x^2-4x+3$; (b) $g(x)=-x^2-2x-4$.

12. ¿Cuánto debe valer $k$ para que la parábola $y=4x^2-20x+k$ tenga un solo punto de corte con el eje de abcisas? ¿Para qué valores de $k$ no cortará al eje OX?

13. Atamos una cuerda de 24 cm de longitud por los extremos. Tensándola suficientemente podemos formar diversos rectángulos. Estudia la superficie de estos rectángulos dependiendo de la longitud de su base.

14. Un almacenista tiene 1000 kg de pintura que se estropea con el paso del tiempo. El precio actual de pintura es de 3 €/kg. Cada día que pasa se estropean 5 kg de pintura; sin embargo, el precio de cada kilogramo aumenta 0.05 €. ¿Cuándo debe vender la pintura para obtener la máxima ganancia? ¿A cómo vende el kilo de pintura?

15. Representa las funciones: (a) $f(x)=\dfrac{6}{x}$; (b) $g(x)=\dfrac{-6}{x}$, indicando si son crecientes o decrecientes.

16. Se conecta una batería en un circuito en el que existe una resistencia variable o reóstato y un amperímetro que mide la intensidad de corriente que circula por el circuito. Al variar la resistencia, la intensidad de corriente varía como muestra la siguiente tabla. Se pide: (a) tomando como variable independiente la resistencia y como variable dependiente la intensidad, representa gráficamente la función correspondiente a esta tabla de valores; (b) encuentra la expresión algebraica correspondiente; (c) ¿cuál es el voltaje de la batería?

| R (ohmios) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I (amperios) | 6 | 3 | 2 | 1.5 | 1.2 | 1 |

17. La siguiente tabla muestra el tiempo de llenado de una piscina en función del número de grifos que se abren:

| Nº de grifos (x) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo en horas (y) | 12 | 8 | 6 | 24/5 | 4 |

Se pide: (a) encuentra más valores para la tabla; (b) ¿cuál es la expresión matemática de la función matemática que se ajusta a la tabla?; (c) realiza la representación gráfica.

18. A partir de la gráfica de la función $f(x)=\sqrt{x}$ dibuja las gráficas de las funciones: (a) $g(x)=\sqrt{x+2}$; (b) $h(x)=\sqrt{x-2}$; (c) $i(x)=2+\sqrt{x+3}$.

19. Representa las siguientes funciones: (a) $f(x)=|x-2|$; (b) $g(x)=|x^2-4|$; (c) $h(x)=|-x^2-x+2|$. Expresa cada función en forma de función definida a trozos.

20. Representa sobre los mismos ejes (utiliza distintos colores) las siguientes funciones: (i) $f(x)=2^x+3$; (ii) $g(x)=3\cdot 2^x$; (iii) $h(x)=2^{x+3}$. ¿Qué relación existe entre estas gráficas y la gráfica de la función $i(x)=2^x$?

21. Determina las funciones exponenciales de la forma $y=a^x$ que pasan por los puntos: (i) (1,3); (ii) (2,9); (iii) (2,1/4); (iv) (4,81).

22. Existen unos fármacos llamados "fármacos hipnóticos" que son sedantes o anestésicos. Su efecto comienza cuando éstos llegan a la sangre. Nuestro organismo los elimina, con el paso del tiempo, según una función exponencial. A continuación se muestra la función exponencial correspondiente a tres fármacos hipnóticos, en el cual $x$ es el tiempo, en horas, desde que el fármaco llega a la sangre e $y$ la cantidad de fármaco presente en la sangre, en miligramos:

| | |
|---|---|
| Valium | $y=10\cdot 0.92^x$ |
| Scandinibsa | $y=350\cdot 0.15^x$ |
| Meperacaína | $y=250\cdot 0.53^x$ |

Se pide: (a) ¿cuál es la dosis inicial para cada uno de estos fármacos?; (b) ¿al cabo de cuánto tiempo se reduce a la mitad la cantidad de cada uno de estos fármacos en la sangre?; (c) considerando que cuando queda un 1% de la dosis inicial el fármaco ha desaparecido de nuestro organismo, ¿cuánto tiempo tarda cada uno de estos fármacos en desaparecer?; (d) ¿puede existir un fármaco hipnótico cuya presencia en sangre venga dada por la función $y=210\cdot 1.2^x$?; (e) ¿podrá el capitán Grison confiar en los alumnos/as de 4º ESO de nuestro colegio?

23. Una población de bacterias se duplica cada periodo de 30 minutos. Si se parte de una población inicial de 5000 bacterias, ¿cuántas habrá al cabo de 6 horas?

24. En una granja se ha comprobado que el crecimiento mensual de la población de conejos es de un 25%. Si partimos de una población inicial de 5 parejas de conejos, se pide: (a) la cantidad de conejos que habrá después de 5 meses; (b) la cantidad de conejos que habrá después de un año y medio; (c) el tiempo que debe transcurrir para tener un población de 5000 conejos?

25. Existen bastantes elementos radiactivos en la naturaleza que se desintegran espontáneamente. La ley física que rige este proceso es: $C(t)=C_0\cdot e^{-kt}$, donde *C(t)* representa la cantidad de sustancia después de un tiempo, *t*, $C_0$ es la cantidad de sustancia inicial y *k* es una constante que depende de cada sustancia. A partir de la década de 1950, se desarrolla un método para determinar la antigüedad de objetos orgánicos, basado en la descomposición del isótopo de carbono-14. En este caso, $k=0.000124$. Determina la antigüedad de un fósil, en el que aún queda un 20% de carbono-14.

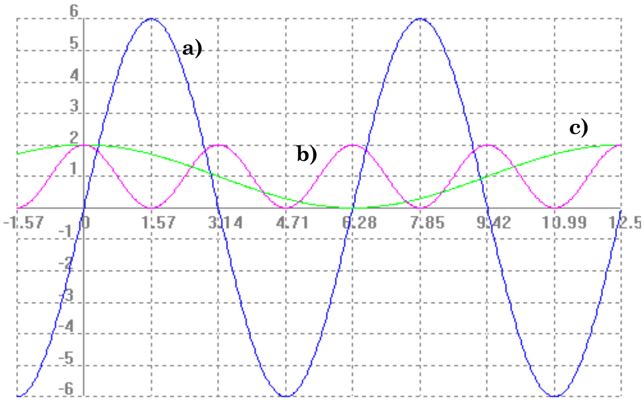
26. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales: a) $3^{x^2-2x}=1$; b) $2^{3x-1}=\sqrt[4]{2}$; c) $3^{x+1}+3^x+3^{x-1}=39$; d) $5^{2x+1}+5^{x+2}=2500$; e) $\left(4^{3-x}\right)^{2x+1}=1$; f) $2^x\cdot 4^{x-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$; g) $5^{2(x-1)}-5^{x-2}-5^x=-1$; h) $9^{\frac{x-2}{x+1}}=3^{\frac{2x-6}{x+9}}$.

27. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas: a) $\log x+\log 3=\log 7$; b) $\log\frac{x}{5}+\log 5=2$; c) $\log_x 100-\log_x 25=2$; d) $\log(x+1)-\log x=1$; e) $\log 2+\log(x-3)=\log\sqrt{2x}$; f) $\log 8^{\log x}-\log 2^{\log x}=\log x^x$; g) $\ln(2x+2)+\ln(2x-2)-\ln(x+1)=\ln 3+\ln x$.

28. La ganancia de potencia, P, de un amplificador viene dada por la expresión $P=10\cdot\log\left(\frac{P_{salida}}{P_{entrada}}\right)$. Si a una potencia de entrada de 0.15 W le corresponde una potencia de salida de 15 W, ¿qué ganancia de potencia tiene el amplificador?

29. El nivel del sonido de intensidad I, medido en decibelios (dB) viene dado por la expresión $D=10\cdot\log\frac{I}{I_0}$, donde $I_0$ representa la intensidad acústica del umbral auditivo. El umbral del dolor mide 134 dB. Se pide: (a) ¿cuántos decibelios mide el umbral mínimo?; b) ¿en cuántas veces supera el umbral del dolor al umbral mínimo?; c) un instrumento musical produce 70 dB. ¿cuántos decibelios producirán dos instrumentos iguales tocados a la vez?

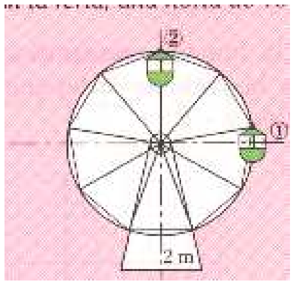
30. A partir de la gráfica de la función $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, dibuja las gráficas de las funciones: (i) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$; (ii) $y=-\log_{\frac{1}{2}} x$; (iii) $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.




31. A partir de la gráfica de la función $y=senx$, representa las siguientes funciones entre $[0,2\pi]$ y estudia después sus propiedades: (i) $y=-senx$; (ii) $y=|senx|$; (iii) $y=2+senx$; (iv) $y=sen\frac{x}{2}$; (v) $y=sen2x$

32. Determina las expresiones algebraicas de las tres funciones trigonométricas que aparecen a la derecha, indicando en cada caso su periodo.

33. En la feria, una noria de 18 metros de radio tarda 20 segundos en dar una vuelta completa. Se pide: (a) ¿cómo varía la altura de la barquilla respecto al suelo al dar una vuelta? (ayúdate de una tabla de valores); (b) las barquillas ① y ② describen una curva. Indica la expresión algebraica que expresa la altura de la barquilla respecto al suelo y representa gráficamente las funciones obtenidas.




34. La siguiente gráfica de abajo indica cómo varía la profundidad del agua de un puerto en un día cualquiera. Sabiendo que los barcos sólo pueden entrar en el puerto si la profundidad es mayor que el calado del barco, contesta a las siguientes preguntas: a) ¿a qué hora hay pleamar? ¿y bajamar?; b) ¿en qué intervalos sube la marea? ¿en cuáles baja?; c) ¿cuál debería ser el calado máximo de un barco cargado para poder entrar o salir del puerto? ¿y el calado mínimo descargado?